

Übung Nr. 13 & 14

Diskussionsthema: Elektroschwaches Standardmodell

Aufgabe 49. Eichtransformation

Angenommen die Felder $\hat{\phi}$ und \hat{A}_μ transformieren unter sog. Eichtransformationen gemäß

$$\begin{aligned}\hat{\phi}(\mathbf{x}) &\rightarrow \hat{\phi}'(\mathbf{x}) = e^{i\alpha(\mathbf{x})} \hat{\phi}(\mathbf{x}) \\ \hat{A}_\mu(\mathbf{x}) &\rightarrow \hat{A}'_\mu(\mathbf{x}) = \hat{A}_\mu(\mathbf{x}) + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(\mathbf{x}).\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\hat{\mathcal{L}} \equiv (\hat{D}_\mu \hat{\phi})^\dagger (\hat{D}^\mu \hat{\phi})$ mit $\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu - ie\hat{A}_\mu$ „eichinvariant“ ist, d.h. dass $\hat{\mathcal{L}}' = \hat{\mathcal{L}}$ gilt.

Aufgabe 50. $SU(2)_L$ -Eichtransformationen

Eine allgemeine $SU(2)$ -Transformation kann als $\hat{\Phi}(\mathbf{x}) \rightarrow \hat{\Phi}'(\mathbf{x}) = \mathcal{U}(\mathbf{x})\hat{\Phi}(\mathbf{x})$ geschrieben werden, wobei $\mathcal{U}(\mathbf{x}) \equiv e^{i\beta_j(\mathbf{x})T_j}$ mit $\beta_j(\mathbf{x})$ den Komponenten eines Einheitsvektors und $T_j \equiv \frac{1}{2}\sigma_j$.

Wie transformiert sich $\hat{\Phi}(\mathbf{x}) \equiv i\sigma_2 \hat{\Phi}(\mathbf{x})^*$?

Aufgabe 51. $U(1)_Y$ -Eichtransformationen

Die Felder $\{\hat{Q}'_{1,L}, \hat{\psi}_{u,R}, \hat{\psi}_{d,R}, \hat{\Phi}\}$ haben jeweils die Hyperladungen $Y = \{\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\}$.

Zeigen Sie, dass sowohl $\hat{Q}'_{1,L} \hat{\Phi} \hat{\psi}_{u,R}$ als auch $\hat{Q}'_{1,L} \hat{\Phi} \hat{\psi}_{d,R}$ invariant bezüglich der Eichsymmetrie $U(1)_Y$ sind.

Aufgabe 52. Weinberg-Winkel

Sie kennen aus Aufgabe 47. den Wert der Kopplungskonstante g_w , und aus $\alpha_{em} \equiv e^2/4\pi$ den Wert von e . Falls nun $e \equiv g_w \sin\theta_W$ definiert wird, erhalten Sie daraus den Wert von $\sin\theta_W$. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem in der Review of Particle Physics (<http://pdg.lbl.gov>) angegebenen Wert.

Aufgabe 53. Massen der Vektorbosonen

Was ist, ausgehend von Aufgabe 52., die Vorhersage des Standardmodells für m_Z/m_W ? Vergleichen Sie mit dem Wert der Review of Particle Physics. Was erhalten Sie für den Parameter ν in $m_W = g_w \nu/2$?

Aufgabe 54. Higgs-Potential

i. Schreiben Sie bitte den Parameter λ des Higgs-Potentials $V(\hat{\Phi})$ als Funktion von g_w , m_W und der Higgs-Masse m_H .

ii. Sogenannte „supersymmetrische“ Theorien sagen aus, dass $\lambda \lesssim g_w^2/2$. Welche Vorhersage erhalten Sie daraufhin für m_H ?

Aufgabe 55. Higgs-Zerfall

Nehmen Sie an, dass das Higgs-Boson eine Masse von 125 GeV besitzt und durch Yukawa-Wechselwirkungen zerfällt. Was ist dann der wichtigste Zerfallskanal?

Wenn Sie noch Zeit haben. . .

Aufgabe 56. Bubble-Integral

Betrachten Sie nun das Integral

$$B(m, \mathbf{q}, \Lambda) \equiv \int_{|\vec{k}| < \Lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - m^2 + i\varepsilon)[(\mathbf{q} + \mathbf{k})^2 - m^2 + i\varepsilon]} \frac{dk_0}{2\pi} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

wobei wiederum $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $B(m, \mathbf{q}, \Lambda)$ für $\Lambda \gg m, q_0, |\vec{q}|$?

Hinweis: Sollte Ihnen diese Aufgabe so zu schwer fallen, können Sie $\mathbf{q}^2 \ll m^2$ annehmen und eine Taylor-Entwicklung in \mathbf{q}^2 durchführen.