

Übung Nr. 10

Diskussionsthema: QCD & und ihre Symmetrien

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

Aufgabe 37. Gluon–Gluon-Streuung

Zeichnen Sie alle Feynman-Diagramme für die Gluon–Gluon-Streuung $g(\mathbf{p}_1) g(\mathbf{p}_2) \rightarrow g(\mathbf{p}_3) g(\mathbf{p}_4)$ in niedrigster Ordnung der Störungsentwicklung.

Aufgabe 38. Laufende Kopplung der QCD

Die „laufende Kopplungskonstante“ $g_s(Q_E)$ der QCD erfüllt

$$Q_E \frac{\partial g_s^2(Q_E)}{\partial Q_E} = -2b_0 g_s^4(Q_E) \quad \text{für } Q_E \gg 1 \text{ GeV},$$

mit $b_0 \equiv (11N_c - 2N_f)/48\pi^2$, wobei $N_c = 3$ die Anzahl der Farben und N_f die Anzahl der aktiven Flavours zu einer gegebenen Energie Q_E bezeichnen. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung unter der Annahme, dass N_f konstant bleibt.

Aufgabe 39. QCD-Skala

Die „QCD-Skala“ wird durch

$$\Lambda_{\text{QCD}} \equiv \lim_{Q_E \rightarrow \infty} Q_E \exp \left[-\frac{1}{2b_0 g_s^2(Q_E)} \right]$$

definiert, mit $g_s^2(Q_E)$ der in Aufgabe 38. ermittelten laufenden Kopplungskonstante der QCD. Experimente haben gezeigt, dass $\alpha_s(Q_E = 91 \text{ GeV}) \approx 0,12$. Welchen Wert erhalten Sie damit für Λ_{QCD} unter der Annahme, dass $N_f = 3$ gilt?

Aufgabe 40. Pion–Nukleon-Streuung

Betrachten Sie die elastische Pion–Nukleon-Streuung. Es gibt sechs mögliche Prozesse:

$$\begin{aligned} \pi^+ + p &\rightarrow \pi^+ + p, & \pi^0 + p &\rightarrow \pi^0 + p, & \pi^- + p &\rightarrow \pi^- + p, \\ \pi^+ + n &\rightarrow \pi^+ + n, & \pi^0 + n &\rightarrow \pi^0 + n, & \pi^- + n &\rightarrow \pi^- + n. \end{aligned}$$

Wie viele unabhängige Amplituden gibt es in diesen Streuprozessen unter der Annahme der exakten Isospinsymmetrie? (Pionen haben $I = 1$, Nukleonen $I = \frac{1}{2}$).

Frohe Weihnachtsfeiertage und einen guten Rutsch!