

## Übung Nr. 9

**Diskussionsthema:** Quarkmodell und Partonmodell

In diesem Zettel werden natürliche Einheiten verwendet.

### Aufgabe 32. Inelastische Elektron-Positron-Streuung

Können Sie sehen, warum der Wirkungsquerschnitt für Hadronenerzeugung in Elektron-Positron-Streuprozessen nicht mit jenem für elastische Streuung, sondern mit dem Wirkungsquerschnitt für Myon-Paarherzeugung verglichen wird?

### Aufgabe 33. Tiefinelastische Streuung

Betrachten Sie den inelastischen Prozess  $e^- + p \rightarrow e^- + X$ , mit  $E$  bzw.  $E'$  der Energie des ein- bzw. auslaufenden Elektrons und  $\theta$  dessen Streuwinkel.

- i. Wie hängen die Variablen  $Q_E^2$  und  $x_{Bj}$  von  $E$ ,  $E'$  und  $\theta$  ab?
- ii. Zeigen Sie, dass  $0 \leq x_{Bj} \leq 1$  gilt.

### Aufgabe 34. Summenregeln im Partonmodell

Man kann verschiedene „Summenregeln“ für die Verteilungsfunktionen der Partonen im Proton herleiten. So folgt z.B. aus der Definition des Gesamtimpulses des Protons die Gleichung (vgl. Vorlesung)

$$\int_0^1 x \sum_i f_i(x) dx = 1.$$

Betrachten Sie die Verteilungsfunktionen  $u_v(x)$ ,  $d_v(x)$ ,  $s(x)$ ,  $\bar{s}(x)$  und  $g(x)$ . Welche Regeln folgen aus der Tatsache, dass das Proton die elektrische Ladung  $Q = +1$  und die Baryonenzahl  $B = +1$  hat und keine Strangeness  $S$  besitzt? Warum spielen die Verteilungsfunktionen  $u_s(x)$ ,  $\bar{u}_s(x)$ ,  $d_s(x)$ ,  $\bar{d}_s(x)$  in diesen Summenregeln keine Rolle?

### Aufgabe 35. Laufende Kopplung der QCD

Die „laufende Kopplungskonstante“  $g_s(Q_E)$  der QCD erfüllt

$$Q_E \frac{\partial g_s^2(Q_E)}{\partial Q_E} = -2b_0 g_s^4(Q_E) \quad \text{für } Q_E \gg 1 \text{ GeV},$$

mit  $b_0 \equiv (11N_c - 2N_f)/48\pi^2$ , wobei  $N_c = 3$  die Anzahl der Farben und  $N_f$  die Anzahl der aktiven Flavours zu einer gegebenen Energie  $Q_E$  bezeichnen. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung unter der Annahme, dass  $N_f$  konstant bleibt.