

Übung Nr. 10

Diskussionsthema: Symmetrien der QED und der QCD

Aufgabe 36. QCD-Skala

Die „QCD-Skala“ wird durch

$$\Lambda_{\text{QCD}} \equiv \lim_{Q_E \rightarrow \infty} Q_E \exp \left[-\frac{1}{2b_0 g_s^2(Q_E)} \right]$$

definiert, mit $g_s^2(Q_E)$ der in Aufgabe 35. ermittelten laufenden Kopplungskonstante der QCD. Experimente haben gezeigt, dass $\alpha_s(Q_E = 91 \text{ GeV}) \approx 0,12$. Welchen Wert erhalten Sie damit für Λ_{QCD} unter der Annahme, dass $N_f = 3$ gilt?

Aufgabe 37. CP-Eigenzustände

Für die zu den zwei neutralen Kaonen $K^0 = d\bar{s}$ und $\bar{K}^0 = s\bar{d}$ gehörigen Zustände gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned} \hat{P} |K^0\rangle &= -|K^0\rangle, & \hat{P} |\bar{K}^0\rangle &= -|\bar{K}^0\rangle, \\ \hat{C} |K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle, & \hat{C} |\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle. \end{aligned}$$

- i. Können Sie durch Linearkombinationen von $|K^0\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle$ $\hat{C}\hat{P}$ -Eigenzustände konstruieren?
- ii. Welcher dieser Zustände könnte in zwei, welcher in drei Pionen zerfallen, falls CP erhalten bleibt?
- iii. Warum können diese Reaktionen nicht innerhalb der QCD auftreten?

Aufgabe 38. Pion–Nukleon–Streuung

Betrachten Sie die elastische Pion–Nukleon–Streuung. Es gibt sechs mögliche Prozesse:

$$\begin{aligned} \pi^+ + p &\rightarrow \pi^+ + p, & \pi^0 + p &\rightarrow \pi^0 + p, & \pi^- + p &\rightarrow \pi^- + p, \\ \pi^+ + n &\rightarrow \pi^+ + n, & \pi^0 + n &\rightarrow \pi^0 + n, & \pi^- + n &\rightarrow \pi^- + n. \end{aligned}$$

Wie viele unabhängige Amplituden gibt es in diesen Streuprozessen unter der Annahme der exakten Isospinsymmetrie?

Aufgabe 39. Links- und rechtshändige Spinoren

Seien $\mathcal{P}_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2}$ und $\mathcal{P}_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2}$. Zeigen Sie, dass

- i. $\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \mathcal{P}_L \psi_2 = \bar{\psi}_1 \mathcal{P}_R \gamma^\mu \mathcal{P}_L \psi_2$;
- ii. $\bar{\psi}_1 \mathcal{P}_R \gamma^\mu \mathcal{P}_L \psi_2 = \bar{\psi}_{1L} \gamma^\mu \psi_{2L}$, mit $\psi_{iL} \equiv \mathcal{P}_L \psi_i$.