Übungsblatt Nr.6

Diskussionsthemen / Kontrollfragen:

– Was versteht man unter Maxwell-Relationen?
– Was sind thermodynamische Koeffizienten? Nennen Sie einige. Welchen Stabilitätsbedingungen müssen thermodynamische Koeffizienten genügen?

14. Freie Enthalpie

In der Vorlesung wurde die freie Enthalpie G eingeführt, um Systeme bei gegebener Temperatur, Druck und Teilchenzahl zu beschreiben.

i. Geben Sie das Differential der freien Enthalpie an. Schlussfolgern Sie daraus, dass bei fester Teilchenzahl die Maxwell-Relation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \mathcal{P}}\right)_{T,N} = -\left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial T}\right)_{\mathcal{P},N} \tag{1}$$

gilt.

ii. Leiten Sie die folgende Beziehung für die Temperaturänderung bei konstanter Entropie her:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \mathcal{P}}\right)_{S,N} = \frac{T}{C_{\mathcal{P}}}\left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial T}\right)_{\mathcal{P},N} \tag{2}$$

Hinweis: Ergebnisse früherer Übungsblätter (Aufgaben **12.i**, sowie **3.i** und **7.** für Rechenregeln mit partiellen Ableitungen) können nützlich sein.

15. Thermodynamik einer hypothetischen Substanz

Die Entropie einer hypothetischen Substanz sei als Funktion ihrer natürlichen Variablen gegeben durch

$$S(U, \mathcal{V}, N) = a\mathcal{V}\sqrt{\frac{U}{N}}, \tag{3}$$

wobei a eine positive reelle Konstante ist.

i. Prüfen Sie, dass S eine homogene Funktion ihrer Variablen ist.

ii. Berechnen Sie die innere Energie als Funktion ihrer natürlichen Variablen $(S, \mathcal{V}, N)$. Prüfen Sie, dass U homogen ist.

iii. Bestimmen Sie Temperatur, Druck und chemisches Potential aus $U(S, \mathcal{V}, N)$

iv. Berechnen Sie die freie Enthalpie G als Funktion ihrer natürlichen Variablen $(T, \mathcal{P}, N)$. Zeigen Sie, dass sich

$$G(T, \mathcal{P}, N) = \frac{N}{a^2}\frac{\mathcal{P}^2}{T^2} \tag{4}$$

ergibt.

v. Bestimmen Sie Entropie, Volumen und chemisches Potential aus $G(T, \mathcal{P}, N)$ und zeigen Sie, dass die Resultate äquivalent sind zu den in **iii.** erhaltenen Ergebnissen.

16. Magnetocalorik

Magnetische Materialien ändern bei adiabatischen Änderungen des (Betrags des) Magnetfeldes[1] B ihre Temperatur. Solche Prozesse können zum Erreichen tiefster Temperaturen genutzt werden.

[1] Genauer ist $\vec{B}$ die magnetische Induktion.

Stellen Sie die isentropische Kühlrate

$$\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_S \tag{5}$$

als Funktion von T, der Wärmekapazität bei konstantem äußerem Magnetfeld C_B und $(\partial S/\partial B)_T$ dar. Gehen Sie bei Ihrer Herleitung davon aus, dass die Entropie $S = S(T, B)$ eine Funktion von Temperatur und Magnetfeld ist.

Hinweis: Erinnern Sie sich zuerst an die Definition einer Wärmekapazität.