Übungsblatt Nr.4

Diskussionsthemen / Kontrollfragen:

– Was besagen der zweite und der dritte Hauptsatz der Thermodynamik?
– Was versteht man unter einer Wärmekraftmaschine bzw. einer Wärmepumpe?
– Was ist ein Carnot-Prozess?

8. Klassisches ideales Gas

Ein einfaches klassisches ideales Gas wird durch seine thermische Zustandsgleichung $\mathcal{PV} = nRT$ und seine innere Energie $U = C_{\mathcal{V}}T$ mit Temperatur-unabhängiger isochorer Wärmekapazität $C_{\mathcal{V}}$ charakterisiert.

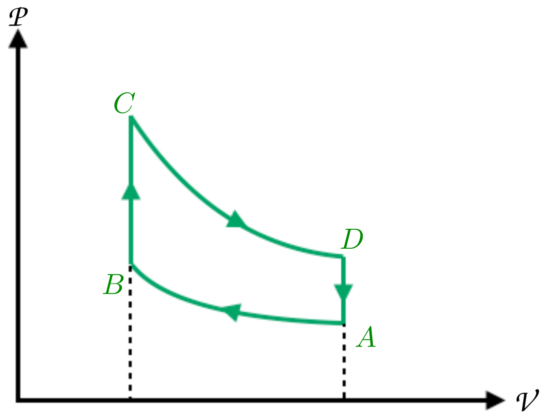
i. Zeigen Sie, dass sich die innere Energie und die Enthalpie durch den Druck, das Volumen und den adiabatischen Index γ ausdrücken lassen.

Hinweis: In der Vorlesung wurde die Mayer-Relation erwähnt, die Sie vielleicht auch in Aufgabe **4.v** benutzt haben.

ii. Leiten Sie aus $U(\mathcal{P}, \mathcal{V})$ und unter der Annahme einer reversiblen Arbeit $\delta W = -\mathcal{P}\,\mathrm{d}\mathcal{V}$ der Druckkräfte einen Ausdruck für die Wärme δQ als Funktion von $\mathcal{P}$, $\mathcal{V}$ (und ihren Differentialen) und γ her. Folgern Sie daraus die Adiabatengleichung in Variablen $(\mathcal{P}, \mathcal{V})$.

9. Otto-Kreisprozess

Der Otto-(Kreis)Prozess, dessen Verlauf im $\mathcal{P}$-$\mathcal{V}$-Diagramm in der Abbildung gezeigt wird, besteht auf vier sukzessiven Transformationen eines Gases: die Schritte $A \to B$ und $C \to D$ sind adiabatisch, die Prozesse $B \to C$ und $D \to A$ isochor.



i. Geben Sie zuerst *ohne Berechnung* an, bei welchen Schritten das System Arbeit leistet bzw. empfängt; und bei welchen Schritten, Wärme dem System zugeführt bzw. entzogen wird.

ii. Um jetzt Berechnungen durchführen zu können, wird angenommen, dass das System ein klassisches ideales Gas mit konstanter isochorer Wärmekapazität ist (s. Einleitung der Aufgabe **8.**).

a) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad eines idealen Otto-Motors

$$\eta = 1 - \left(\frac{\mathcal{V}_A}{\mathcal{V}_B}\right)^{1-\gamma} \tag{1}$$

ist und diskutieren Sie die Rolle der sog. *relativen Kompression* $r \equiv \mathcal{V}_A/\mathcal{V}_B$ für den Wirkungsgrad.

b) Drücken Sie noch η durch die Temperaturen T_A und T_B aus.

10. Adiabatengleichung des idealen ultra-relativistischen Gases

Die innere Energie und der Druck eines sogenannten idealen ultra-relativistischen Gases[1] im thermodynamischen Gleichgewicht sind gegeben durch

$$U = \mathcal{V}\,\varepsilon(T) \qquad , \qquad \mathcal{P} = \frac{1}{3}\varepsilon(T), \tag{2}$$

wobei $\varepsilon(T)$ die (innere) Energiedichte ist, deren Form im Folgenden keine Rolle spielt.[2]

Zeigen Sie, dass die Adiabaten in Variablen $(T, \mathcal{V})$ durch die Gleichung

$$\varepsilon(T)\mathcal{V}^{4/3} = \text{konst.} \tag{3}$$

gegeben sind.

[1] Im ultra-relativistischen Regime soll $k_\mathrm{B}T \gg mc^2$ gelten, mit der Boltzmann-Konstanten k_B, der Masse m der Teilchen, und der Lichtgeschwindigkeit c. Bei masselosen Teilchen wie Photonen kann also T beliebig sein.

[2] Mehr dazu in der Vorlesung in Januar!