Übungsblatt Nr.2

Diskussionsthemen / Kontrollfragen:

– Was versteht man unter extensiven und intensiven Zustandsgrößen? Zählen Sie einige auf.
– Was versteht man unter dem thermodynamischen Gleichgewicht? unter thermischem, mechanischem, chemischem Gleichgewicht?
– Was besagt der Nullte Hauptsatz der Thermodynamik?

3. Relationen zwischen partiellen Ableitungen

Seien x, y, z drei Variablen — in der Thermodynamik werden sie Zustandsgrößen sein —, die durch eine Relation $f(x,y,z)=0$ miteinander verknüpft sind. Dabei dürfen sie annehmen, dass man jeweils x als Funktion von y und z, y als Funktion von x und z, und z als Funktion von x und y auffassen kann: $x = x(y,z)$ usw.

i. Zeigen Sie die Identitäten

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{(\partial y/\partial x)_z} \tag{1}$$

und

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1. \tag{2}$$

Hint: Schreiben Sie die Differentiale der Funktionen auf und kombinieren Sie diese geschickt.

ii. Verifizieren Sie diese Identitäten am Fall eines klassischen idealen Gases (bei fester Molzahl n) mit der Zustandsgleichung $f(\mathcal{P},\mathcal{V},T) = \mathcal{P}\mathcal{V} - nRT$, wobei R die Gaskonstante ist.

4. Wärmekapazitäten von Gasen

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik lautet im Fall von mechanischer Arbeit $\delta W = -\mathcal{P}\,\mathrm{d}\mathcal{V}$

$$\mathrm{d}U = \delta Q - \mathcal{P}\,\mathrm{d}\mathcal{V}. \tag{3}$$

Für die innere Energienehmen wir im Folgenden an, dass sie als eine Funktion von Temperatur und Volumen dargestellt werden kann, d.h. $U = U(T,\mathcal{V})$.

i. Wie lautet das (totale) Differential von $U = U(T,\mathcal{V})$?

ii. Setzen Sie das Differential von U in den ersten Hauptsatz Gl. (3) ein und stellen Sie nach δQ. Was erhalten Sie für die Wärmekapazität

$$C \equiv \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)? \tag{4}$$

iii. Hält man bei der Bestimmung des Ableitung das Volumen konstant, so erhält man die *isochore* Wärmekapazität

$$C_{\mathcal{V}} \equiv \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_{\mathcal{V}}. \tag{5}$$

Leiten Sie diese Größe her.

iv. Die entsprechende Größe bei konstantem Druck heißt *isobare* Wärmekapazität:

$$C_{\mathcal{P}} \equiv \left(\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}\right)_{\mathcal{P}}. \tag{6}$$

Was erhalten Sie dafür?

v. Für das klassische ideale Gas gilt die (thermische) Zustandsgleichung $\mathcal{P}\mathcal{V} = nRT$, während die innere Energie im Fall eines einatomigen Gases $U = \frac{3}{2}nRT$ lautet. Bestimmen Sie $C_{\mathcal{V}}$ für diesen Spezialfall.

Ermitteln Sie ebenfalls die Größe

$$\gamma \equiv \frac{C_{\mathcal{P}}}{C_{\mathcal{V}}}, \tag{7}$$

die auch adiabatischer Exponent bzw. Index genannt wird.