

XI.4.2 Photonen und Phononen

Dieser Abschnitt befasst sich mit einem weiten Anwendungsbereich der Bose–Einstein-Statistik, und zwar mit der Beschreibung von Systemen, deren angeregte Zustände als harmonische Oszillatoren modelliert werden können.

XI.4.2a Anregungen eines Systems. Bosonen mit nicht erhaltener Anzahl

Betrachte man ein physikalisches System, das quantenmechanisch behandelt wird. Es wird angenommen, dass sich dessen angeregte Zustände verhalten wie solche von M unabhängigen, d.h. nicht-wechselwirkenden, harmonischen Oszillatoren mit jeweiligen Kreisfrequenzen ω_m . Dabei fasst der Index m die nötigen Quantenzahlen zusammen, die einen angeregten Zustand charakterisieren, während M als die *Anzahl der Moden* bezeichnet wird. Im Allgemeinen ist M nicht gleich der Anzahl N von Bestandteilen des Systems, jedoch M ist proportional zu N bzw. zum Volumen \mathcal{V} des Systems.

Unter dieser Annahme lautet die Energie eines Eigenzustands des Systems

$$E = E_0 + \sum_{m=1}^M n_m \hbar \omega_m \quad (\text{XI.111})$$

mit ganzen Zahlen $n_m \in \mathbb{N}$ für $m = 1, \dots, M$. Jeder angeregte Zustand des Systems wird eindeutig durch eine Menge $\{n_m\}$ solcher Zahlen charakterisiert. In Gl. (XI.111) ist E_0 die Energie des Grundzustands des Systems, die insbesondere die Nullpunktenergie $\sum_m \frac{1}{2} \hbar \omega_m$ der Oszillatoren enthält.

Da die Anzahl der Moden genau bekannt ist, kann man den kanonischen Formalismus anwenden. Ausgehend aus dem Ausdruck (XI.111) der Energie der angeregten Zustände lässt sich die kanonische Zustandssumme des Systems einfach berechnen, indem man die Summe des Boltzmann-Faktors $e^{-\beta E}$ über alle Mengen $\{n_m\} \in \mathbb{N}^M$ bildet:

$$\begin{aligned} Z_M(\beta, \mathcal{V}) &= \sum_{\{n_m\}} \exp \left[-\beta \left(E_0 + \sum_{m=1}^M n_m \hbar \omega_m \right) \right] \\ &= e^{-\beta E_0} \prod_{m=1}^M \left(\sum_{n_m=0}^{\infty} e^{-n_m \beta \hbar \omega_m} \right) = e^{-\beta E_0} \prod_{m=1}^M \frac{1}{1 - e^{-\beta \hbar \omega_m}}. \end{aligned} \quad (\text{XI.112})$$

Somit lautet die freie Energie des Systems

$$F(\beta, \mathcal{V}) = -\frac{1}{\beta} \ln Z_M(\beta, \mathcal{V}) = E_0 + \frac{1}{\beta} \prod_{m=1}^M \ln \left(1 - e^{-\beta \hbar \omega_m} \right). \quad (\text{XI.113})$$

Im Folgenden wird die Grundzustandsenergie E_0 weggelassen, entsprechend der Wahl des Nullpunkts für die Energie.

Diese freie Energie F ist genau gleich dem großkanonischen Potential eines idealen Gases aus identischen Bosonen bei der gleichen Temperatur und beim chemischen Potential $\mu = 0$, wobei jedes Boson M Ein-Teilchen-Zustände mit Energien

$$\varepsilon_m = \hbar \omega_m \quad (\text{XI.114})$$

besitzt. Wegen des verschwindenden chemischen Potentials ist das großkanonische Potential dieses Bose-Gases gleich dessen freier Energie. Hiernach wird der tiefgestellte Index M in der kanonischen Zustandssumme (XI.112) nicht weiter geschrieben.

Physikalisch stellen diese Bosonen *Anregungsquanten* dar. Wenn sich das System in einem durch die Zahlen $\{n_m\}$ charakterisierten angeregten Zustand befindet, kann man äquivalent betrachten, dass jeder Zustand mit der Energie ε_m mit n_m Bosonen besetzt wird. Je nach dem System werden

die Anregungsquanten unterschiedlich bezeichnet: *Photonen* im Fall der Anregungen des elektromagnetischen Feldes, *Phononen* für die Vibrationsmoden eines Festkörpers, *Magnonen* für die Moden assoziiert mit den Spinwellen in einem magnetischen Material, usw.

Das verschwindende chemische Potential $\mu = 0$ bedeutet, dass die gesamte Anzahl von Bosonen $\sum n_m$ nicht festgelegt ist, auch im Mittel, sondern frei fluktuieren kann. Tatsächlich hängt $\sum n_m$ vom angeregten Zustand ab, in dem sich das System befindet. Im kanonischen Ensemble kann aber das System in jedem Zustand sein, mit einer durch den Boltzmann-Faktor gegebenen Wahrscheinlichkeit. Beim Übergang zwischen zwei Eigenzuständen kann man betrachten, dass einige Bosonen in einigen Ein-Teilchen-Zuständen vernichtet werden, während eine im Allgemeinen unterschiedliche Anzahl anderer Bosonen in anderen Zuständen erzeugt werden.

Die durchschnittliche Besetzung einer gegebenen Mode m , d.h. die mittlere Anzahl von Anregungsquanten in der Mode m , wird durch [Gl. (XI.33)–(XI.34)]

$$\langle n_m \rangle = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial \varepsilon_m} = \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_m} - 1} \quad (\text{XI.115})$$

gegeben, entsprechend dem Bose-Faktor (XI.37) mit $\mu = 0$ bzw. $\alpha = 0$.

Für makroskopische Systeme wird die Anzahl M der Moden groß, während deren Abstand abnimmt. Somit kann man eine zugehörige kontinuierliche Zustandsdichte $\mathcal{D}(\varepsilon)$ einführen. Die freie Energie (XI.113) des Systems wird dann zu

$$F = \frac{1}{\beta} \int \ln(1 - e^{-\beta \varepsilon}) \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (\text{XI.116})$$

Sukzessive Ableitungen liefern dann die innere Energie

$$U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = \int \frac{\varepsilon}{e^{\beta \varepsilon} - 1} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon \quad (\text{XI.117})$$

und die isochore Wärmekapazität

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = -k_B \beta^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \beta} \right)_V = k_B \beta^2 \int \frac{\varepsilon^2 e^{\beta \varepsilon}}{(e^{\beta \varepsilon} - 1)^2} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (\text{XI.118})$$

Aus der freien und der inneren Energie folgt die Entropie $S = (U - F)/T$. Schließlich lautet die durchschnittliche Anzahl angeregter Quanten

$$\left\langle \sum_m n_m \right\rangle = \int \frac{1}{e^{\beta \varepsilon} - 1} \mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (\text{XI.119})$$

XI.4.2b Photonen im thermischen Gleichgewicht

Ein historisch wichtiges Beispiel von Anwendung der obigen Ergebnisse betrifft das elektromagnetische Feld in einem leeren abgeschlossenen Hohlraum. Wenn die Wände des Hohlraums erhitzt werden, dann geben sie Wärmestrahlung ab — beispielsweise weil die angeregten Atome der Wände in niedrigere Energieniveaus übergehen. Dieses abgestrahlte elektromagnetische Feld kann wieder absorbiert werden, bis sich ein Gleichgewicht zwischen dem Feld und den Wänden einstellt.

In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften des elektromagnetischen Felds in diesem Gleichgewicht untersucht. Somit erhält man die Eigenschaften der Strahlung eines erhitzten Körpers. Neben der reduzierten Planck-Konstante \hbar wird auch die Planck-Konstante $h = 2\pi\hbar$ benutzt.

Moden des elektromagnetischen Felds in einem Hohlraum. Photonen

Klassisch kann man die Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik im Vakuum gelöst werden, um das elektromagnetische Feld im Hohlraum zu erhalten. Eine genauere Behandlung sollte auf der quantisierten Version der Elektrodynamik beruhen, deren Ergebnisse hiernach mithilfe intuitiver Argumente dargelegt werden.

Im Vakuum sind die Lösungen der Maxwell-Gleichungen Überlagerungen von monochromatischen ebenen Wellen mit Wellenvektor \vec{k} und Kreisfrequenz ω bzw. Frequenz ν , wobei diese Größen über die Dispersionsrelation

$$\omega = 2\pi\nu = c|\vec{k}| \quad (\text{XI.120})$$

verknüpft sind.

Bei der Quantisierung der Elektrodynamik wird jeder solchen Mode (ω, \vec{k}) ein harmonischer Oszillator mit derselben Kreisfrequenz assoziiert. Ein gegebener Eigenzustand der Oszillatoren für das elektromagnetische Feld in einem Hohlraum kann als eine Menge von Anregungsquanten, den sog. Photonen, beschrieben werden. Der Impuls eines Photons mit dem Wellenvektor \vec{k} wird gegeben durch die de Broglie-Gleichung

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (\text{XI.121a})$$

und dessen Energie durch

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \hbar\omega_{\vec{k}} = \hbar c|\vec{k}| = |\vec{p}|c. \quad (\text{XI.121b})$$

Der Vergleich der letzteren Beziehung mit dem relativistischen Ausdruck $\varepsilon = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ der Energie zeigt, dass das Photon als ein *masseloses Teilchen* betrachten werden soll.

Bisher wurde die Polarisation, d.h. die Richtung des elektrischen Feldes einer ebenen Welle, nicht berücksichtigt: aus der Maxwell-Gauß-Gleichung $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0$ folgt im Impulsraum $\vec{k} \cdot \vec{E}(\vec{k}) = 0$, so dass die Polarisation senkrecht zum Wellenvektor ist. Somit gibt es zwei unabhängige Polarisationsmoden für jeden Wellenvektor \vec{k} . Dementsprechend können Photonen mit einem gegebenen \vec{k} zwei unterschiedliche Spin-Zustände annehmen.

In der Quantenelektrodynamik sind die Photonen eigentlich Teilchen mit dem Spin 1. Daher könnte man drei mögliche Spinzustände (Spinprojektionen $m_s \hbar$ mit $m_s \in \{-1, 0, 1\}$ auf einer Achse) erwarten. Wegen der Masselosigkeit können aber nur die Zustände mit $m_s = \pm 1$ existieren.

Zustandsdichte für Photonen in einem Kasten

In einem Hohlraum mit einem endlichen Volumen sollen die erlaubten Moden einer durch die Randbedingungen festgestellten Quantisierungsbedingung genügen.

Sei der Einfachheit halber ein quaderförmiges Volumen $\mathcal{V} = L_x L_y L_z$, in dem die Wellen periodische Born-von Kármán-Randbedingungen erfüllen sollen. Dann sind die möglichen Wellenvektor der Form

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x} n_x, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_y} n_y, \quad k_z = \frac{2\pi}{L_z} n_z, \quad n_x, n_y, n_z \in \mathbb{Z}. \quad (\text{XI.122})$$

Im Limes eines großen Volumens kann die Summe über diese Wellenvektoren durch ein Integral ersetzt werden. Unter Nutzung der Dichte von Zuständen im Impulsraum (XI.55) kommt für eine beliebige ausreichend reguläre Funktion \mathcal{F}

$$2 \times \sum_{\vec{k}} \mathcal{F}(\varepsilon_{\vec{k}}) = 2 \int \mathcal{F}(\varepsilon_{\vec{p}}) \frac{\mathcal{V}}{(2\pi\hbar)^3} d^3\vec{p} = \frac{2\mathcal{V}}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \mathcal{F}(pc) 4\pi p^2 dp = \frac{\mathcal{V}}{\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^\infty \mathcal{F}(\varepsilon) \varepsilon^2 d\varepsilon,$$

wobei der Faktor 2 dem Spin-Entartungsgrad der Photonen entspricht.

Somit lautet die Zustandsdichte für masselose Spin-1-Teilchen in drei Dimensionen

$$\mathcal{D}(\varepsilon) = \frac{\mathcal{V}}{\pi^2 c^3 \hbar^3} \varepsilon^2 \Theta(\varepsilon) = \frac{8\pi}{c^3 \hbar^3} \mathcal{V} \varepsilon^2 \Theta(\varepsilon). \quad (\text{XI.123})$$

Es lohnt sich, diese Zustandsdichte in Abhängigkeit von der Frequenz $\nu = \varepsilon/h$ des Photons zu schreiben. Aus $\mathcal{D}(\varepsilon) d\varepsilon = \mathcal{D}_\nu(\nu) d\nu$ folgt

$$\mathcal{D}_\nu(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \mathcal{V} \nu^2 \Theta(\nu). \quad (\text{XI.124})$$

In dieser Formel tritt \hbar bzw. h nicht auf: es handelt sich um eine *klassische* Formel, die auch im Rahmen der klassischen Elektrodynamik hergeleitet werden kann.

Bemerkung: Nimmt man nach Rayleigh^(bn) [56] an, dass jeder Oszillator mit der Frequenz ν zwei Moden besitzt — eine Mode für die kinetische Energie und eine für die potentielle Energie —, deren Energie durch den Gleichverteilungssatz (IX.18) gegeben ist, dann ist die Energiedichte der Moden im Frequenzintervall zwischen ν und $\nu + d\nu$ durch

$$u(\nu) d\nu = 2 \times \frac{1}{2} k_B T \frac{\mathcal{D}_\nu(\nu) d\nu}{\mathcal{V}} = \frac{8\pi k_B T}{c^3} \nu^2 d\nu$$

gegeben. Diese Energiedichte wächst mit der Frequenz ν („Ultraviolett-Katastrophe“) und führt somit zu einer physikalisch unzufriedenstellenden unendlich großen Gesamtenergie, wenn man über alle Frequenzen integriert.

Thermodynamische Eigenschaften eines Photonengases

Mithilfe der Zustandsdichte (XI.123) können jetzt die thermodynamischen Eigenschaften des Photonen-Gases gewonnen werden.

Das geeignete thermodynamische Potential ist hier die freie Energie F , die auch gleich dem großkanonischen Potential Ω ist. Der Ausdruck (XI.116) mit der Substitution $x = \beta\varepsilon = \varepsilon/k_B T$ im Integral gibt⁽⁴³⁾

$$F = \frac{(k_B T)^4}{\pi^2 (\hbar c)^3} \mathcal{V} \int_0^\infty x^2 \ln(1 - e^{-x}) dx = -\frac{\pi^2 (k_B T)^4}{45 (\hbar c)^3} \mathcal{V} \quad (\text{XI.125})$$

Aus $F = \Omega = -\mathcal{P}\mathcal{V}$ folgt dann der *Strahlungsdruck*

$$\mathcal{P} = -\frac{F}{\mathcal{V}} = \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{45 (\hbar c)^3}. \quad (\text{XI.126})$$

Dieser Druck kann auch mit Hilfe von Überlegungen aus der kinetischen Gastheorie [vgl. § IX.4.3] gefunden werden, indem man den Impuls $\hbar\vec{k}$ der Photonen benutzt.

Die freie Energie (XI.125) gibt auch Zugang zur Entropie

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_\mathcal{V} = \frac{4\pi^2 (k_B T)^3}{45 (\hbar c)^3} \mathcal{V} k_B, \quad (\text{XI.127})$$

die im Limes verschwindender Temperatur Null wird. Durch Ableiten der freien Energie ergibt sich auch die innere Energie

$$U = -\frac{\partial(\beta F)}{\partial \beta} = \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{15 (\hbar c)^3} \mathcal{V} \quad (\text{XI.128})$$

des Photonen-Gases, die auch aus der Beziehung $U = F + TS$ hergeleitet werden kann.

Man sieht, dass die innere Energie bzw. die Energiedichte $e = U/\mathcal{V}$ mit dem Druck über

$$U = 3\mathcal{P}\mathcal{V} \quad \Leftrightarrow \quad e = 3\mathcal{P} = 0 \quad (\text{XI.129})$$

verknüpft ist. Dieser Zusammenhang unterscheidet sich von der schon mehrmals gefundenen Beziehung $U = \frac{3}{2}\mathcal{P}\mathcal{V}$ für massive Teilchen in drei Dimensionen.

Planck-Strahlungsverteilung

⁽⁴³⁾Mit einer Taylor-Entwicklung und partiellen Integrationen findet man für das Integral

$$\int_0^\infty x^2 \ln(1 - e^{-x}) dx = -\sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty \frac{x^2 e^{-nx}}{n} dx = -2 \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^4} = -2\zeta(4),$$

$$\text{mit } \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}.$$

^(bn)J. W. STRUTT, Lord RAYLEIGH, 1842–1919

Statt der über die Frequenz integrierten Energiedichte lohnt es sich, die *spektrale Verteilung der Energiedichte* $u(\nu)$ zu betrachten, die den Beitrag der Photonen mit einer Frequenz im Intervall $[\nu, \nu + d\nu]$ zur gesamten Energiedichte beschreibt. Indem man die auf das Volumen bezogene Zustandsdichte im Frequenzraum mit der durchschnittliche Besetzungszahl der Photonen bei der entsprechenden Frequenz und mit der Energie eines Photons multipliziert, ergibt sich

$$u(\nu) = \frac{\mathcal{D}_\nu(\nu)}{\mathcal{V}} \langle n_\nu \rangle h\nu, \tag{XI.130a}$$

d.h. mithilfe der Gl. (XI.114), (XI.115) und (XI.124)

$$u(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}. \tag{XI.130b}$$

Diese spektrale Verteilung von Photonen im thermodynamischen Gleichgewicht wird als *Planck-Strahlungsverteilung* bezeichnet, und stellt die durch Planck gefundene Lösung zum Problem der Ultraviolett-Katastrophe dar [57], da $u(\nu)$ jetzt für große Frequenzen exponentiell mit ν abnimmt, wie in Abb. XI.5 gezeigt wird.

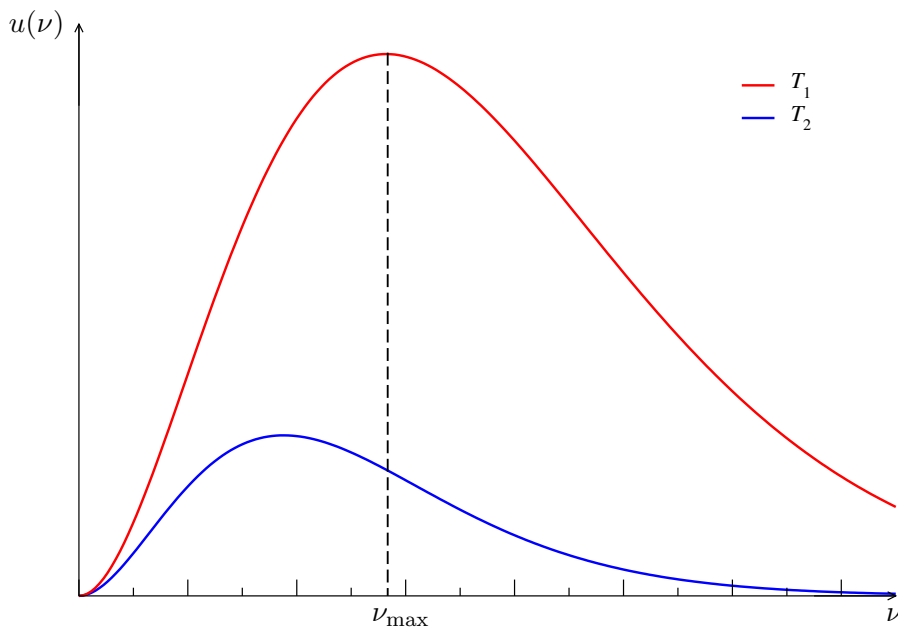


Abbildung XI.5 – Verlauf der Planck-Strahlungsverteilung für zwei Temperaturen T_1 und $T_2 = \frac{2}{3}T_1$.

Die spektrale Verteilung (XI.130b) ist gleich T^3 mal einer Funktion von ν/T . Daraus folgert man einerseits, dass deren Integral über ν proportional zu T^4 ist — vgl. (XI.128), und andererseits, dass für eine gegebene Temperatur T die Verteilung ihr Maximum für eine Frequenz ν_{\max} erreicht, die proportional zu T ist. Die Ableitung der Planck-Strahlungsverteilung führt zu

$$\nu_{\max} \simeq 2,821 \frac{k_B T}{h}, \tag{XI.131}$$

wobei 2,821 die approximative Lösung der Gleichung $3(1 - e^{-x}) = x$ ist.

Bemerkungen:

* Für Frequenzen $\nu \ll \nu_{\max}$ wächst die Planck-Strahlungsverteilung (XI.130b) quadratisch mit ν , entsprechend dem Ergebnis von Rayleigh.

* Die spektrale Verteilung ist unabhängig von der Richtung des Impulses des Photons, und somit isotrop im Raum.

* Statt einer Verteilung in ν kann man die Verteilung in ω schreiben. Aus $u(\nu) d\nu = u(\omega) d\omega$ folgt

$$u(\omega) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}. \quad (\text{XI.132})$$

* Das Universum wird durch eine *kosmische Hintergrundstrahlung* erfüllt, deren spektrale Verteilung⁽⁴⁴⁾ im Mikrowellenbereich in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der Planck-Verteilung für eine Temperatur von $2,725 \pm 0,002$ K ist.

Strahlung eines schwarzen Körpers

Wie am Anfang des Abschnitts schon erwähnt wurde, stellt die spektrale Verteilung (XI.130b) auch die Verteilung der Strahlung eines erhitzten Körpers dar. Tatsächlich soll dieser Körper die auf ihn treffende Strahlung völlig absorbieren, damit es ein vollständiges thermodynamisches Gleichgewicht zwischen ihm und dem elektromagnetischen Feld geben kann. Dabei handelt es sich somit um einen idealisierten Körper, der als *schwarzer Körper* bezeichnet wird.

Beispielsweise sind Sterne in guter Näherung schwarze Körper, mit einer Temperatur von ca. 5800 K für unsere Sonne.

Die durch einen schwarzen Körper abgestrahlte Leistung \mathcal{P} lässt sich im Rahmen der kinetischen Theorie einfach berechnen. Sei ein kleines Loch mit der Oberfläche $d\mathcal{A}$ in einer Wand des oben betrachteten Hohlraums bei der Temperatur T . Photonen können den Hohlraum durch dieses Loch verlassen. Diejenigen, die im Zeitintervall $[t, t + dt]$ mit einem Impuls im Raumwinkelement $d\Omega$ um die Richtung (θ, φ) bezüglich der Normalen zum Loch auf $d\mathcal{A}$ einfallen, waren zur Zeit $t - dt$ in einem Zylinder mit der Grundfläche $d\mathcal{A}$ und der Höhe $c dt \cos \theta$ — entsprechend einem Volumen $c dt d\mathcal{A} \cos \theta$. Diese Photonen stellen nur einen Bruchteil $d\Omega/4\pi$ der ganzen Photonen im Volumen dar. Somit ist die durch das Loch abgestrahlte Energie pro Zeiteinheit

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\Omega}{4\pi} u(\nu) d\nu c d\mathcal{A} \cos \theta. \quad (\text{XI.133})$$

Die Integration über den Halbraum $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ entsprechend dem Außen des Hohlraums gibt die gesamte abgestrahlte Leistung. Pro Flächeneinheit⁽⁴⁵⁾ erhält man

$$\frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{A}} = \int_0^1 d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\nu \frac{d^2 E}{dt d\mathcal{A}} = \frac{c}{2} \int_0^1 \cos \theta d(\cos \theta) \int_0^\infty u(\nu) d\nu.$$

Unter Nutzung der spektralen Verteilung (XI.130b), deren Integral gleich $1/\mathcal{V}$ mal der inneren Energie (XI.128) ist, findet man das *Stefan^(bo)-Boltzmann-Gesetz*

$$\frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{A}} = \sigma T^4 \quad \text{mit} \quad \sigma \equiv \frac{\pi^2}{60} \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^2} \quad (\text{XI.134})$$

der *Stefan-Boltzmann-Konstante*, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Bemerkung: Gleichung (XI.133) zeigt, dass die in die Richtung θ abgestrahlte Energie nur von $d\mathcal{A} \cos \theta$ abhängt, entsprechend der Projektion von $d\mathcal{A}$ auf die Beobachtungsrichtung. Somit ist die Leistung pro *sichtbare* Flächeneinheit konstant — dies bildet das *Lambert^(bp)(-Kosinus-) Gesetz* —, was erklärt, warum die Oberfläche der Sonne als eine Kreisscheibe mit gleichförmiger Intensität aussieht

⁽⁴⁴⁾Vgl. z.B. die Messungen des COBE Satelliten [58].

⁽⁴⁵⁾Dann spricht man von *spezifischer Ausstrahlung*, *Ausstrahlungsstromdichte*, oder auch *Abstrahlungsstärke*.

^(bo)J. STEFAN, 1835–1893 ^(bp)J. H. LAMBERT, 1728–1777