# Übung Nr. 6

## 16. Streuamplitude in Bornscher Näherung

In Bornscher Näherung ist die Streuamplitude $f(\theta,\varphi)$ für die Streuung am Potential $V(\vec{x})$ gegeben durch

$$f(\theta,\varphi) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} V(\vec{q}),$$

worin $V(\vec{q})$ die Fouriertransformierte des Potentials $V(\vec{x})$ ist,

$$V(\vec{q}) = \int \mathrm{d}^3\vec{x}\; V(\vec{x})\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vec{q}\cdot\vec{x}}.$$

Dabei ist $\vec{q} = \vec{k}_{\text{out}} - \vec{k}_{\text{in}}$ der Streuwellenvektor, d.h. die Differenz zwischen den Wellenvektoren des auslaufenden und einlaufenden Teilchens.

**i.** Zeigen Sie, dass für kugelsymmetrische Potentiale, also für $V(\vec{x}) = V(r)$ gilt

$$V(\vec{q}) = V(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \mathrm{d}r\, V(r)\, r \sin(qr) \quad \text{mit } q = |\vec{q}|.$$

**ii.** Berechnen Sie $V(q)$ für

(a) das Gauß-Potential $V(r) = A\,\mathrm{e}^{-r^2/2R_0^2}$;

(b) das Yukawa-Potential $V(r) = A\dfrac{\mathrm{e}^{-r/R_0}}{r}$;

(c) das Kastenpotential $V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

## 17. Strukturanalyse mittels Streuung

Wir betrachten die Streuung von Teilchen an einem zweiatomigen Molekül, dessen Potential gegeben sei durch

$$V(\vec{x}) = U(\vec{x} + \vec{a}) + U(\vec{x} - \vec{a}),$$

worin $U$ das Potential eines Atoms ist. Das Molekül sei also entlang der $x$-Achse orientiert. Die Streuteilchen sollen entlang der $z$-Achse einlaufen. Der Streuwinkel $\theta$ sei wie üblich als Polarwinkel zur $z$-Achse definiert. Der Azimuthalwinkel $\varphi$ sei so definiert, dass die positive $x$-Achse $\varphi = 0$ habe.

**i.** Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Bornscher Näherung.

*Hinweis*: Das Ergebnis können Sie durch die Fouriertransformierte von $U$ ausdrücken. Wie hängt $(\vec{k}_{\text{out}} - \vec{k}_{\text{in}}) \cdot \vec{a}$ von $\theta$ und $\varphi$ ab?

**ii.** Eine Experimentatorin benutzt Neutronen ($m_\text{n} = 938\,\text{MeV}/c^2$) der Energie $E = 1\,\text{eV}$ als Streuteilchen und beobachtet die erste Nullstelle des Wirkungsquerschnitts für $\varphi = 0$ bei $\theta = 4^\text{o}$. Wie groß ist der Abstand $2a$ der beiden Atome im Molekül?

*Hinweis*: $\hbar c = 197\,\text{MeV fm}$.

## 18. Streuung am Coulomb-Potential

Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung am Coulomb-Potential in Bornscher Näherung gemäß

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\theta,\varphi) = |f(\theta,\varphi)|^2.$$

Benutzen Sie dazu das Ergebnis von Aufgabe **16. ii.** (b)

$$V(q) = 4\pi A \frac{1}{q^2 + \frac{1}{R_0^2}},$$

und nehmen Sie einen geeigneten Grenzwert des Yukawa-Potentials. Verwenden Sie außerdem $|\vec{k}_{\mathrm{out}}| = |\vec{k}_{\mathrm{in}}| = k$ und $q = 2k\sin(\theta/2)$. Woher kennen Sie das Resultat bereits?