

Übung Nr. 11

31. Zerfall des Atomkerns ${}^8\text{Be}$

In welchen Zuständen kann der Atomkern ${}^8\text{Be}$ in zwei α -Teilchen (Spin 0) zerfallen?

Hinweis: Im α -Zerfall wird die Parität erhalten.

32. Vertauschungsrelationen

Berechnen Sie für den Besetzungszahloperator $\hat{n}_\xi = \hat{a}_\xi^\dagger \hat{a}_\xi$ die Kommutatoren $[\hat{n}_\xi, \hat{a}_\eta^\dagger]$ und $[\hat{n}_\xi, \hat{a}_\eta]$. Gibt es Unterschiede zwischen Bosonen und Fermionen?

33. Vertauschungsrelationen

Beweisen Sie die Vertauschungsrelationen für die bosonischen Feldoperatoren

$$[\hat{\Psi}(\vec{x}), \hat{\Psi}(\vec{x}')]=0, \quad [\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}), \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}')]=0, \quad [\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}), \hat{\Psi}(\vec{x}')]=\delta(\vec{x}-\vec{x}')\hat{1}.$$

34. Hamilton-Operator

i. Drücken Sie den Hamilton-Operator für identische Teilchen im äußeren Potential $U(\vec{x})$, die zusätzlich über das Potential $V(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ miteinander wechselwirken, durch die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $\hat{a}^\dagger(\vec{p})$, $\hat{a}(\vec{p})$ aus.

ii. Wie vereinfacht sich Ihr Resultat aus **i.**, wenn V nur von der Differenz $\vec{x}_1 - \vec{x}_2$ abhängt?

iii. Zeigen Sie, dass der Hamilton-Operator mit dem Teilchenzahloperator vertauscht.

35. Elektronendichte

Für ein System von N Elektronen ist der Elektronendichte-Operator durch

$$\hat{\rho}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\vec{x} - \hat{x}_i)$$

gegeben. Wie lautet $\hat{\rho}(\vec{x})$ im Fock-Raum?

Hinweis: Benutzen Sie als Basis der 1-Teilchen-Zustände ebene Wellen mit infolge periodischer Randbedingungen auf einem endlichen Volumen L^3 diskreten Wellenvektoren \vec{k} .