

## Übung Nr. 11

### 31. Zerfall des Atomkerns ${}^8\text{Be}$

In welchen Zuständen kann der Atomkern  ${}^8\text{Be}$  in zwei  $\alpha$ -Teilchen (Spin 0) zerfallen?

*Hinweis:* Im  $\alpha$ -Zerfall wird die Parität erhalten.

### 32. Vertauschungsrelationen

Berechnen Sie für den Besetzungszahloperator  $\hat{n}_\xi = \hat{a}_\xi^\dagger \hat{a}_\xi$  die Kommutatoren  $[\hat{n}_\xi, \hat{a}_\eta^\dagger]$  und  $[\hat{n}_\xi, \hat{a}_\eta]$ . Gibt es Unterschiede zwischen Bosonen und Fermionen?

### 33. Vertauschungsrelationen

Beweisen Sie die Vertauschungsrelationen für die bosonischen Feldoperatoren

$$[\hat{\Psi}(\vec{x}), \hat{\Psi}(\vec{x}')]=0, \quad [\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}), \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}')]=0, \quad [\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}), \hat{\Psi}(\vec{x}')]=\delta(\vec{x}-\vec{x}')\hat{1}.$$

### 34. Hamilton-Operator

**i.** Drücken Sie den Hamilton-Operator für identische Teilchen im äußeren Potential  $U(\vec{x})$ , die zusätzlich über das Potential  $V(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  miteinander wechselwirken, durch die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren  $\hat{a}^\dagger(\vec{p})$ ,  $\hat{a}(\vec{p})$  aus.

**ii.** Wie vereinfacht sich Ihr Resultat aus **i.**, wenn  $V$  nur von der Differenz  $\vec{x}_1 - \vec{x}_2$  abhängt?

**iii.** Zeigen Sie, dass der Hamilton-Operator mit dem Teilchenzahloperator vertauscht.

### 35. Elektronendichte

Für ein System von  $N$  Elektronen ist der Elektronendichte-Operator durch

$$\hat{\rho}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\vec{x} - \hat{x}_i)$$

gegeben. Wie lautet  $\hat{\rho}(\vec{x})$  im Fock-Raum?

*Hinweis:* Benutzen Sie als Basis der 1-Teilchen-Zustände ebene Wellen mit infolge periodischer Randbedingungen auf einem endlichen Volumen  $L^3$  diskreten Wellenvektoren  $\vec{k}$ .