

## Präsenzübung Nr. 5

**Aufgabe 19. ... Und wieder das Fermi-Gas-Modell: Weiße Zwerge**

Weiße Zwerge sind kleine (vgl. Frage **iii.**) Sterne, die aus Materie mit einem entarteten Elektronengas bestehen. Sie können entstehen, wenn die Fusionsprozesse im Inneren eines der Sonne ähnlichen Sterns zum Erliegen gekommen sind: dann kann der Stern der Gravitationswirkung nichts mehr entgegensetzen. (Die Masse des Sterns genügt allerdings nicht, um einen Neutronenstern zu erzeugen).

Die  $\mathcal{N}_e$  Elektronen (Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen, d.h. Spin-Entartungsgrad 2) im Weißen Zwerg können mittels eines Fermi-Gases beschrieben werden, dessen Fermi-Energie durch

$$\varepsilon_F = \left( 3\pi^2 \frac{\mathcal{N}_e}{\mathcal{V}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m_e} \quad (1)$$

gegeben ist. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass alle Kerne im Weißen Zwerg das gleiche Verhältnis  $Z/A$  aufweisen.

- i.** Ermitteln Sie die Masse  $M$  des Weißen Zwergs und die Zahl seiner Elektronen in Abhängigkeit von der Gesamtzahl der Nukleonen  $\mathcal{N}_N$ .
- ii.** Analog zu den Fragen **ii.** & **iii.** der Aufgabe **17**, wie lautet der Gleichgewichtsradius  $R_{\text{eq}}$  eines Weißen Zwergs?
- iii.** Die Masse der Sonne ist  $1 M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg. Für einen typischen Weißen Zwerg ist außerdem  $Z = \frac{1}{2}A$ . In etwa 5-6 Milliarden Jahre wird sich unsere Sonne von einem Roten Riesen in einen Weißen Zwerg verwandeln: wie groß ( $R_{\text{eq}}$ ) wird sie dann sein und welche (Massen)Dichte wird sie haben?
- iv.** Die Temperatur im Zentrum eines typischen Weißen Zwergs ist etwa  $10^7$  K. Der Ausdruck (1) der Fermi-Energie beruht auf der Annahme eines Fermi-Gases nicht-relativistischer Elektronen bei Null-Temperatur. Ist diese Annahme begründet?