Übung Nr. 4

Diskussionsthema: Bindungsenergie eines Atomkerns; Bethe–Weizsäcker Massenformel

Aufgabe 11. Kern- und Atommassen

In manchen Büchern wird die Bindungsenergie des Kerns anders definiert als in der Vorlesung. Statt der Kernmasse $m(Z,A)$ wird die Masse $m'(Z,A)$ des betreffenden Atoms benutzt:

$$m'(Z,A) = m(Z,A) + Zm_e - \frac{B'_e(Z,A)}{c^2},$$

wobei $B'_e(Z,A)$ die Bindungsenergie der Z Elektronen bezeichnet. Dementsprechend wird als Bindungsenergie des Kerns die Größe

$$B'(Z,A) \equiv \left[Zm_H + (A-Z)m_n - m'(Z,A)\right] c^2$$

definiert, wobei m_H die Masse des ^{1}H-Atoms ist.

Wie lautet der Unterschied zwischen $B'(Z,A)$ und der in der Vorlesung definierten Bindungsenergie $B(Z,A)$? Warum ist dieser Unterschied in den meisten Fällen unwesentlich?

Aufgabe 12. Separationsenergie

Zur Bestimmung der Stabilität von Atomkernen werden sog. *Separationsenergien* für die Abspaltung verschiedener Teilchen eingeführt:

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Neutrons:

$$S_n(Z,N) \equiv [m(Z,N-1) + m_n - m(Z,N)]\, c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Protons:

$$S_p(Z,N) \equiv [m(Z-1,N) + m_p - m(Z,N)]\, c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines α-Teilchens ($= {}^4_2$He-Kern; Masse m_α):

$$S_\alpha(Z,N) \equiv [m(Z-2,N-2) + m_\alpha - m(Z,N)]\, c^2.$$

i. Schreiben Sie diese Separationsenergien mithilfe der Kernbindungsenergien um.

ii. Falls $S_n > 0$, was ist die Bedeutung von S_n?

iii. Was ist die Bedeutung eines negativen Werts der Separationsenergie S_α, der Separationsenergien S_n bzw. S_p?

Aufgabe 13. Bethe–Weizsäcker Massenformel (1)

Die Masse eines Atomkerns ist näherungsweise gegeben durch

$$m(Z,A) = Zm_p + (A-Z)m_n - \frac{a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A (Z-\frac{A}{2})^2 A^{-1} + B_\delta}{c^2}, \qquad (1)$$

mit dem Paarungsterm $B_\delta = \begin{cases} +a_\delta A^{-1/2} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- und gu-Kerne} \\ -a_\delta A^{-1/2} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$

und $a_V = 15{,}85$ MeV, $a_S = 18{,}34$ MeV, $a_C = 0{,}71$ MeV, $a_A = 92{,}86$ MeV, $a_\delta = 11{,}46$ MeV.

i. Berechnen Sie hieraus die Bindungsenergie pro Nukleon $B(Z,A)/A$ für ${}^{12}_{6}$C, ${}^{56}_{26}$Fe, ${}^{62}_{28}$Ni.

ii. Zeigen Sie, dass der Zerfall ${}^{240}_{94}\mathrm{Pu} \to {}^{128}_{50}\mathrm{Sn} + {}^{110}_{44}\mathrm{Ru} + 2\mathrm{n}$ energetisch möglich ist.

iii. Für fix gewählte Z, für welche $N = A - Z$ hat die Bindungsenergie pro Nukleon (unter Auslassung des Paarungsterms B_δ) ihr Maximum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für Nickel ($Z = 28$) und Zinn ($Z = 50$) mit der Nuklidkarte.

iv. In der Bindungsenergie $B(Z, A)$ hängen nur der Coulomb-Term und der Asymmetrie-Term explizit von Z ab.

a) Wiederholen Sie die Berechnung der Protonenzahl $Z_{\min}(A)$, bei der die minimale Kernmasse in einer Isobarenreihe erreicht wird. Was passiert mit $Z_{\min}(A)$ wenn $a_C = 0$ bzw. $a_A = 0$? Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

b) Es sei jetzt A ungerade. a_C und a_A nehmen wieder ihre unten Gl. (1) angegebenen Werte an. Für welche Z ist es energetisch günstiger, dass sich ein Proton in ein Neutron verwandelt? Testen Sie ihren Ausdruck für $A = 125$.