

Übung Nr. 11

Diskussionsthemen:

- Auf welchem Phänomen beruht die Emission eines α -Teilchens durch einen Kern? Wie wird die entsprechende Zerfallskonstante bzw. Halbwertszeit berechnet und welche experimentelle Beobachtung bestätigt die (grobe) Gültigkeit der Berechnung?
- Informieren Sie sich über den Mössbauer-Effekt und dessen Anwendungen.

Aufgabe 38. α -Zerfall für breite Zerfallsbarrieren

i. In der Vorlesung wurde der allgemeine Ausdruck für die Zerfallskonstante

$$\lambda_\alpha = J_0 e^{-G}, \quad G = \frac{\pi}{\hbar c} \frac{2Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m_\alpha c^2}{Q_\alpha}} \mathcal{G}\left(\frac{R}{r_c}\right), \quad \mathcal{G}(x) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)} \right]$$

hergeleitet, wobei R bzw. r_c der Kernrand bzw. der Austrittsabstand ist und Z_T die Kernladungszahl des Tochterkerns. Außerdem ist $J_0 = v_{\text{in}}/(2R)$ die Frequenz, mit der das α -Teilchen gegen die Potentialbarriere stößt. Zeigen Sie durch Entwicklung in \sqrt{x} bis zur ersten Ordnung, dass für Kerne mit $R/r_c \ll 1$ (d.h. mit einer „breiten Zerfallsbarriere“) die Zerfallskonstante durch

$$\lambda_\alpha = \frac{v_{\text{in}}}{2R} \exp\left(-\frac{Z_T e^2}{\epsilon_0 \hbar v_\alpha} + \frac{4e}{\hbar} \sqrt{\frac{Z_T m_\alpha R}{\pi \epsilon_0}}\right)$$

gegeben ist, wobei v_α die Geschwindigkeit des emittierten α -Teilchens ist.

ii. Wir wollen im Folgenden eine Modifikation der Tunnelbarriere durch Zentrifugalkräfte betrachten: Die Schrödinger-Gleichung für den Radialteil dieses Problems lautet

$$-\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + V_{\text{eff}}(r)u(r) = E, \quad V_{\text{eff}}(r) = \frac{2Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{r^2},$$

wobei $\psi(\vec{r}) = u(r) Y_\ell^{m_\ell}(\theta, \varphi)/r$ die Wellenfunktion des α -Teilchens ist und ℓ seine Bahndrehimpulsquantenzahl. Berechnen Sie, um welchen Bruchteil die Höhe B der Potentialbarriere bei $r = R$ in Abhängigkeit von $\ell > 0$ zunimmt. Berechnen Sie auch das Verhältnis der Zerfallskonstanten $\lambda_\alpha(\ell)/\lambda_\alpha(0)$ für $\ell = 1, 2, 3$.

Aufgabe 39. β -Zerfall

i. Der Kern ${}^{62}_{30}\text{Zn}$ kann sowohl durch e^+ -Emission als auch durch Elektroneneinfang zerfallen. Die maximale kinetische Energie des Positrons sei 0,66 MeV. Wie groß ist die maximale Energie des Neutrinos im β^+ -Zerfall? Wie groß ist die maximale Energie des Neutrinos im Elektroneneinfang? (Rückstoß- und Elektronen-Bindungsenergie dürfen vernachlässigt werden.)

ii. Entnehmen Sie einer Nuklidkarte die Q -Werte der folgenden β^- -Zerfälle: (a) ${}^{11}\text{Be} \rightarrow {}^{11}\text{B}$, (b) ${}^{65}\text{Ni} \rightarrow {}^{65}\text{Cu}$, und der β^+ -Zerfälle: (c) ${}^{10}\text{C} \rightarrow {}^{10}\text{B}$, (d) ${}^{89}\text{Zr} \rightarrow {}^{89}\text{Y}$.

Aufgabe 40. γ -Zerfall

Der Kern ${}^{43}\text{Ca}$ sei im Zustand mit $J_{\text{Kern}}^{\text{P}} = \frac{3}{2}^-$ angeregt und gehe durch γ -Zerfall in den Grundzustand mit $J_{\text{Kern}}^{\text{P}} = \frac{7}{2}^-$ über, wobei die Anregungsenergie $E^* = 593$ keV beträgt.

i. Welche Multipolaritäten kann die γ -Strahlung haben?

Zur Erinnerung: definitionsgemäß hat „elektrische“ $2^\ell\gamma$ -Multipolarität die Parität $P_\gamma = (-1)^{j_\gamma}$,

„magnetische“ $2^{\ell\gamma}$ -Multipolarität die Parität $P_\gamma = -(-1)^{j_\gamma}$, wobei $\vec{J}_\gamma = \vec{L}_\gamma + \vec{S}_\gamma$ der Gesamtdrehimpuls des Photons ist, während die Parität des Photons $P_\gamma = -(-1)^{\ell_\gamma}$ ist.

ii. Welche Wellenlänge hat die emittierte γ -Strahlung?

Aufgabe 41. „Exotische“ Zerfallsarten

i. Suchen Sie auf einer Nuklidkarte den schwersten Kern, der hauptsächlich über Neutronenemission zerfallen kann, und den schwersten Kern, der hauptsächlich über Protonenemission zerfallen kann. Wie lauten die entsprechenden Prozesse? Was können Sie ohne Berechnung über die kinetische Energie des emittierten Neutrons bzw. Protons sagen?

ii. Entnehmen Sie einer Nuklidkarte die Bindungsenergien (pro Nukleon) von ^{54}Zn , ^{53}Cu und ^{52}Ni . Berechnen Sie die Separationsenergien eines Protons S_p (vgl. Aufgabe 12.) für ^{54}Zn und ^{53}Cu , sowie die Separationsenergie $S_{2p}(^{54}\text{Zn})$ für die Abspaltung zweier Protonen (wie definieren Sie S_{2p} überhaupt?). Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse: Stabilität / Zerfallsart von ^{54}Zn und ^{53}Cu . Finden Sie eine plausible Erklärung für den Unterschied zwischen $S_p(^{54}\text{Zn})$ und $S_p(^{53}\text{Cu})$.

Frohe Weihnachtsfeiertage und einen guten Rutsch!