

Übung Nr. 10

Diskussionsthemen:

- Anwendung der Radioaktivität zur Altersbestimmung
- Phänomenologie (Reaktionsformel, erhaltene Größen...) des α -Zerfalls

Aufgabe 33. Altersbestimmung

Datieren Sie das Grabtuch von Turin, welches als Reliquie verehrt wurde, da darauf das Gesicht von Jesus von Nazaret zu sehen sei. Bei einer Radiocarbonanalyse aus dem Jahr 1988 wurde mittels Massenspektrometrie das Isotopenverhältnis $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 9,268 \cdot 10^{-13}$ für eine Probe des Tuchs gemessen. In lebender Materie ist die relative Häufigkeit von ^{12}C 98,89 %, von ^{13}C 1,11 % und von ^{14}C 10^{-10} %. ^{14}C wird in der Atmosphäre durch die Reaktion $n + ^{14}\text{N} \rightarrow p + ^{14}\text{C}$ erzeugt und durch Photosynthese in die Nahrungskette von Organismen aufgenommen. In toter Materie zerfällt ^{14}C , ohne dass der Verlust durch Austausch mit der Atmosphäre kompensiert werden könnte. Die Halbwertszeit von ^{14}C beträgt 5730 Jahre. Wann wurde der Leinen, aus dem das Grabtuch besteht, vermutlich hergestellt?

Aufgabe 34. Zerfallsreihe

Betrachten Sie die Änderungsrate einer Tochtersubstanz für den allgemeinen Fall, dass die Muttersubstanz die Zerfallskonstante λ_1 , die Tochtersubstanz λ_2 aufweisen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gebe es N_1 Mutterkerne und N_2 Tochterkerne. Zu welchem Zeitpunkt nimmt die Zahl der Tochterkerne ab?

Aufgabe 35. Technetium-Melken

Für medizinische Anwendungen wird der kurzlebige Gammastrahler ^{99m}Tc benötigt. Er entsteht in sogenannten Technetium-Generatoren aus Molybdän. Die Reaktionsgleichungen lauten wie folgt:



In der ersten Reaktion zerfällt das Molybdän-Isotop mit einer Halbwertszeit von 66,02 Stunden zu 14% in den (unbrauchbaren) Tc-Grundzustand und zu 86% in den metastabilen (angeregten) Zustand $^{99m}_{43}\text{Tc}_{56}$. Letzterer zerfällt mit einer Halbwertszeit von 6,02 Stunden in den Tc-Grundzustand. Man entnimmt einem solchen Generator in regelmäßigen Abständen das medizinisch verwendete ^{99m}Tc und sagt dazu, dass man den Generator melkt. Berechnen Sie die Anteile der beteiligten Isotope für einen Generator, der zur Anfangszeit nur ^{99}Mo enthält und alle 12 Stunden komplett gemolken wird. Stellen Sie die zeitlichen Funktionen ohne und mit Melken graphisch dar.

Informieren Sie sich (z.B. unter <http://de.wikipedia.org/wiki/Szintigrafie>), wie Technetium in der Szintigraphie eingesetzt wird.

Aufgabe 36. Stabilität gegenüber α -Zerfall im Tröpfchenmodell

Berechnen Sie den Q -Wert für α -Zerfall

$$Q_\alpha \equiv [m(Z, A) - m(Z-2, A-4) - m_\alpha] c^2$$

mithilfe der Bethe-Weiszäcker-Massenformel für die Massen von Mutter- und Tochterkern¹ und $m_\alpha \simeq 3727,38 \text{ MeV}/c^2$. Ermitteln Sie (numerisch!) den minimalen Wert von A (und Z) mit $Q_\alpha \geq 0$ für Kerne im β -Stabilitätstal.

Zur Erinnerung gilt $Z_{\min}(A) \simeq A/(1,97 + 0,015A^{2/3})$.

¹Werte für die Koeffizienten können z.B. in Aufgabe 13 gefunden werden.