

# Strahlung und Materie

①

## 1. Durchgang von Strahlung durch Materie

Je nach der Art der "Strahlung" spielen verschiedene Wechselwirkungen die Hauptrolle:

\* Strahlung = elektrisch geladenes Teilchen oder Photon  
↳ elektromagnetische WW

Meistens WW zwischen dem Teilchen und den Elektronen der Atomhülle der Materie. Dabei können die Elektronen als freie Teilchen betrachtet werden:

- in Kernphysik ist  $E_{\text{Strahlung}} \sim 1 \text{ MeV}$  viel größer als die Bindungsenergie  $\sim 10 \text{ eV} - 1 \text{ keV}$  der Elektronen
- die (de Broglie) Wellenlänge der Strahlung ist viel kleiner als der Durchmesser der Atome

\* Strahlung = ungeladenes Teilchen außer Photon oder Neutrino  
↳ starke WW

\* Strahlung = Neutrino ↳ schwache WW  
(wird hiernach nicht weiter diskutiert).

Allgemein wird die Strahlung in der Materie abgebremst (und gestoppt): die Strahlung verliert (kinetische) Energie, die der Materie übertragen wird.

"Dosimetrie": Messung der von einem Stoff absorbierten Strahlungsenergie, meistens mit Angaben zu deren biologischen Wirksamkeit (s. Absch. 2).

Strahlungsmessgeräte:

- "Detektor", um Strahlung nachzuweisen

- "Spektrometer": für eine genauere Charakterisierung.

# 1.1 Durchgang eines geladenen Teilchens durch Materie

Geladenes Teilchen  $\rightarrow$  Masse  $m \neq 0$

Teilchen-Materie Prozesse:

\* Stöße mit den Elektronen der Atomhülle

$\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{Anregung der Atome} \\ \text{Ionisation der Atome} \end{array} \right\}$  "Ionisationsverluste"

$\hookrightarrow$  führt zu "sekundärem" Elektron mit beträchtlicher kinetischer Energie

- Wenn  $m \gg m_e$  ("schweres" Teilchen): die Flugrichtung des Teilchens ändert sich fast nicht

- Wenn Teilchen = Elektron: beträchtliche Richtungsänderungen

\* Streuung im Coulomb-Feld der Kerne

$\rightarrow$  meist vernachlässigbar, elastisch.

\* Im Coulomb-Feld der Hüllenelektronen bzw. der Kerne ändert sich die Geschwindigkeit des Teilchens.

$\rightarrow$  Es emittiert Bremsstrahlung: "Strahlungsverluste"

Teilchen mit der gleichen el. Ladung unterliegen der gleichen WW: die Abbremsung hängt von der Masse  $m$  ab und wächst mit abnehmender Masse

$\rightarrow$  nur beträchtlich für Elektronen.

## 1.1.a Ionisationsverlust schwerer Teilchen

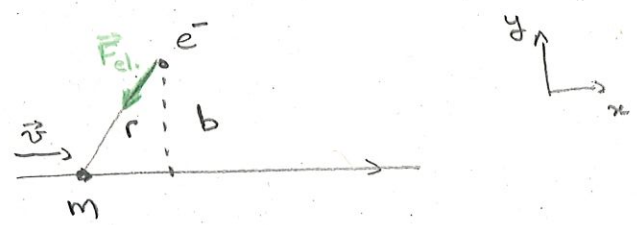
Teilchen: Masse  $m \gg m_e$ , Ladung  $ze$

stoß an ein Elektron ( $e^-$ , beschrieben als freie Teilchen).

Flugrichtung des schweren Teilchens fast ungeändert:

$$\vec{v}_{\text{nach}} \approx \vec{v}_{\text{vor}} \approx \vec{v}$$

(hier  $ze > 0$ )



Coulomb-Kraft des Teilchens auf das Elektron:

$$F_x = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{x}{r}, \quad F_y = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{y}{r}$$

Das Teilchen fliegt von  $x = -\infty$  bis  $x = +\infty$  entlang der  $x$ -Achse ( $y=0$ ) und überträgt dem Elektron ( $x=0, y=b$ ) den Impuls

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} F_x dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2+b^2)^{3/2}} \frac{dx}{v} = 0$$

$$P_y = \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{b}{(x^2+b^2)^{3/2}} \frac{dx}{v} = \frac{2ze^2}{4\pi\epsilon_0 v b}$$

(Bem.: versteckte Annahme (toy model!): die Position des Elektrons hat sich nicht geändert...)

→ kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß (= Energie verloren durch das schwere Teilchen):

$$E_{kin, e^-} = \frac{\vec{p}^2}{2m_e} = \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 m_e v^2 b^2} \quad (1)$$

Materie: besteht aus Atomen mit Massenzahl  $Z$  und Teilchenzahldichte  $n$

→ Teilchenzahldichte der  $e^-$ :  $Zn$

Längs einer Wegstrecke  $dl$  existieren  $2\pi b db dl Zn$  Elektronen mit einem Stoßparameter zwischen  $b$  und  $b+db$ : diese führen zu einem Energieverlust (des Teilchens)

$$\frac{dE}{dl db} = - \frac{z^2 e^4 2\pi b Zn}{8\pi^2 \epsilon_0^2 m_e v^2 b^2} = - \frac{z^2 Z e^4 n}{4\pi \epsilon_0^2 m_e v^2 b}$$

$$\rightarrow \frac{dE}{dl} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{dE}{dl db} db = - \frac{z^2 Z e^4 n}{4\pi \epsilon_0^2 m_e v^2} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (2)$$

## Grenzen des Integrals:

(4)

- $b_{\max}$ : der Stoßparameter kann nicht zu groß werden, sonst reicht die Wechselwirkungsenergie nicht mehr aus, um die Hüllenelektronen anzuregen

$$\rightarrow b_{\max} \propto \frac{1}{E_{\text{ionis}}^{1/2}} \quad \text{wobei } E_{\text{ionis}} \sim 10Z \text{ eV}$$

(durchschnittliche Ionisationsenergie)

- $b_{\min}$ : gegeben durch den maximalen Impuls (bzw. die maximale Energie  $E_{\max}$ ), den das schwere übertragen kann

$$\rightarrow b_{\min} \propto \frac{1}{E_{\max}^{1/2}}$$

Setze in Gl. (2) ein:

$$\frac{dE}{dL} = - \frac{z^2 Z e^4 n}{8 \pi \epsilon_0^2 m_e v^2} \ln \frac{E_{\max}}{E_{\text{ionis}}} \quad (3)$$

In einer relativistischen quantentheoretischen Berechnung leitet man die Bethe-Bloch-Formel her:

$$\frac{dE}{dL} = - \frac{z^2 Z e^4 n}{4 \pi \epsilon_0^2 m_e v^2} \left[ \ln \frac{E_{\max}}{E_{\text{ionis}}} - \frac{v^2}{c^2} - C \right] \quad (4)$$

mit  $E_{\max} \approx \frac{2 m_e v^2}{1 - v^2/c^2}$

↑ unwesentliche Konstante (Dichte der Materie)

Der Energieverlust (pro Einheitswegstrecke) (3) bzw. (4)

- ist proportional zu  $z^2$
- hängt von  $v$  ab, nicht von der Masse des Teilchens.

Für eine feste Energie  $\mathcal{E}$  des Teilchens gilt  $\frac{1}{v^2} \propto \frac{m}{\mathcal{E}}$ , so dass schwerere Teilchen mehr Energie verlieren.

Sei  $\rho$  die Massendichte der Materie:  $\rho \approx n A m_N$

Der spezifische Ionisationsverlust wird als  $S \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dL}$  definiert.

Wenn man die (geringe) Abhängigkeit des Logs vernachlässigt

$$S \propto \frac{Z}{A}, \quad \text{annähernd stoffunabhängig}$$

(bis auf  $^1\text{H}$ )

Reichweite:  $R \equiv \int_{E_{\text{tot}}}^0 \frac{dE}{-eS} = \int_{E_{\text{tot}}}^0 \frac{dE}{\frac{dE}{dL}} dE$

(Die Definition ist äquivalent zu  $E_{\text{tot}} = \int_0^R \frac{dE}{dL} dL$ , wobei  $E_{\text{tot}}$  die ursprüngliche gesamte kinetische Energie des schweren Teilchens ist)

↳ für  $\alpha$ -Teilchen:

- in der Luft: 3 cm ( $E_{\text{tot}} \sim 4 \text{ MeV}$ ) - 8,5 cm ( $E = 8 \text{ MeV}$ )
- im Wasser:  $3,6 \cdot 10^{-2}$  -  $8,6 \cdot 10^{-2}$  mm

(Aber: schwere Teilchen ionisieren die Materie viel; in der Luft erzeugt ein  $\alpha$ -Teilchen mit Energie  $E \sim 2,88 \cdot 10^4 E_0$  (MeV) Ionen).

Längs der Wegstrecke nimmt die Energie des schweren Teilchens ab  $\rightarrow$  sein spezifischer Ionisationsverlust ( $\propto \frac{1}{v^2}$ ) nimmt zu  $\rightarrow$  Bragg-Kurve, mit dem Bragg-Peak am Ende des Wegs, wo der Hauptteil der Energie deponiert wird.

1.1.6 Energieverlust von Elektronen

• Ionisationsverluste:

Streuung Elektron an Elektron: 2 identische (und somit ununterscheidbare) Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$  ... Die Berechnung ist nicht einfach! (Einfacher für Positronen  $e^+$ , weil sie an nicht-identische Teilchen stoßen).

↳ qualitativer Verlauf der Ionisationsverlust wie im Fall schwerer Teilchen:  $S \propto \frac{1}{v^2}$  ...

• Strahlungsverluste:

„Bethe-Heitler-Formel“  $-\frac{1}{E} \frac{dE}{dL} = Z^2 E f(E)$   
↑ lineare Funktion von  $\ln E$

• Empirisch:  $E \approx E_0 e^{-L/L}$   
↙ Anfangsenergie ↖

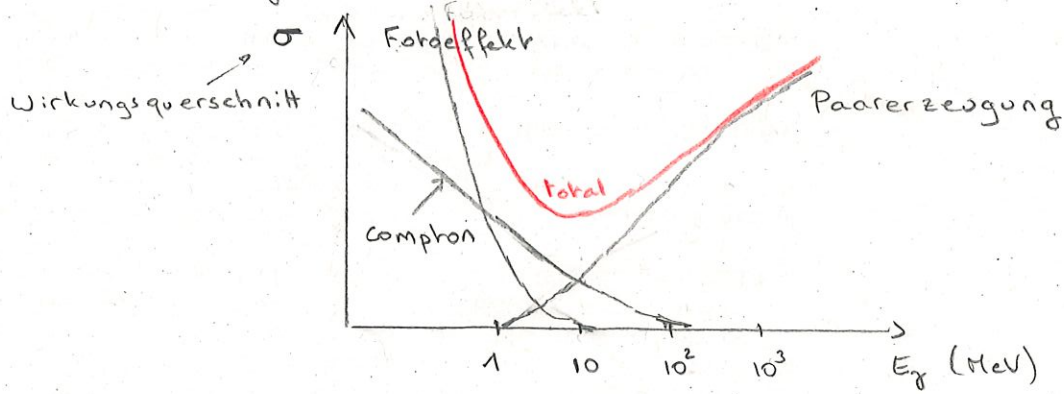
L: Strahlungslänge

Abstand von der Quelle  $\ll$  Länge der Flugbahn (Richtungsänderungen!)

# 1.2 Durchgang von Photonen durch Materie

Verschiedene Prozesse führen zur Streuung oder Absorption eines Photons:

- \* Anregung der Atome & Fotoeffekt
  - Wahrscheinlichkeit nimmt ab, wenn  $E_\gamma \gg E_{\text{Bindung } e^-}$
- \* Compton - Streuung  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$  an die Hüllenelektronen, mit  $\lambda_{\text{nach}} > \lambda_{\text{vor}}$
- \* Paarerzeugung  $\gamma \rightarrow e^- + e^+$ 
  - das Coulomb-Feld der Atome ist nötig, um Energie und Impuls zu erhalten.
  - Nur möglich, wenn  $E_\gamma > 1,022 \text{ MeV } (= 2m_e c^2)$  !
- \* Möglich aber vernachlässigbar: Kernanregung, Kernfotoeffekt, "Spallation" (= Kernverdampfung), Compton-Streuung an Kern



Wegen der Absorption / Streuung der individuellen Photonen kommt es zu einer Minderung der Intensität eines Photonenstrahls aus einer Quelle:

$$dI = -\sigma_{\text{tot}} I n dl$$

Teilchendichte der Materie

$$\rightarrow I = I_0 e^{-\sigma_{\text{tot}} n l} \equiv I_0 e^{-\mu l}$$

$\mu$ : Schwächungskoeffizient ;  $\frac{\mu}{\rho}$ : Massenschwächungskoeff.

für  $E_\gamma \sim 1 \text{ MeV}$  ,  $\frac{\mu}{\rho} \approx 0,05 \text{ cm}^2/\text{g}$

### 1.3 Durchgang eines Neutrons durch Materie

Nur starke WW mit den Atomkernen! Daher haben Neutronen eine größere Reichweite als geladene Teilchen. Wieder findet man empirisch  $E = E_0 e^{-L/\lambda}$  mit einer Strahlungslänge  $\lambda$ .