

Übung Nr. 3

Diskussionsthema: Rutherford'sches Streuexperiment

Aufgabe 8. Klassische Streutheorie

Im Folgenden wird die Streuung an einem kugelsymmetrischen Target betrachtet, so dass die Streuintensität nicht vom Azimutwinkel φ abhängt.

i. Wirkungsquerschnitt und Raumwinkelement.

a) Wie lautet die Definition des Raumwinkelements $d^2\Omega$? Veranschaulichen Sie diese mittels einer geeigneten Skizze. Integrieren Sie für festes θ über φ um einen Ausdruck für die Ringzone, definiert durch das Intervall $[\theta, \theta + d\theta]$, zu erhalten.

b) Was ist die Bedeutung des (totalen) Wirkungsquerschnitts σ und des differentiellen Wirkungsquerschnitts $d^2\sigma/d^2\Omega$?

ii. Streuung an einer harten Kugel.

a) Berechnen Sie den differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung eines Punktteilchens an einer harten Kugel mit Radius R , ausgehend von der Gleichung

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = -\frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta},$$

indem Sie auch den Stoßparameter b durch den Streuwinkel ausdrücken. Welche Besonderheit tritt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt auf?

b) Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt für den Stoß zweier harter Kugeln mit den Radien R_1 und R_2 aneinander?

iii. **Typische Einheit des Wirkungsquerschnitts.** Was ist im Harte-Kugeln-Modell der Wert des totalen Wirkungsquerschnitts eines $^{208}_{82}\text{Pb}$ -Kerns (Blei)? Benutzen Sie hierbei für den Kernradius $R = 1,3A^{1/3}$ fm.

iv. **Wirkungsquerschnitt und mittlere freie Weglänge.** Zwischen dem totalen Wirkungsquerschnitt σ eines Targets und der mittleren freien Weglänge ℓ eines (Punkt)Teilchens, das sich durch ein Medium aus Targetteilchen mit Teilchendichte n bewegt, besteht der Zusammenhang $\ell = \frac{1}{n\sigma}$. Warum?

Aufgabe 9. Rutherford'sche Streuformel (1)

In der Vorlesung wurde die Rutherford'sche Streuformel

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega}\right)_{\text{punkt}}(\theta) = \frac{1}{16} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}}\right)^2 \frac{1}{(\sin\frac{\theta}{2})^4} \quad (1)$$

für die elektromagnetische Streuung an einem punktförmigen Ziel mit der Ladung Ze hergeleitet.

i. Zeigen Sie durch ein einfaches Argument, dass der entsprechende totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} divergiert. Der Grund dafür ist, dass das durch eine isolierte elektrische Ladung erzeugte Coulomb Potential $V_{\text{Coul}}(r)$ eine sogenannte unendliche Reichweite hat, d.h. $\lim_{r \rightarrow \infty} r V_{\text{Coul}}(r) \neq 0$.

ii. In einem Atom wird die positive Ladung des Kerns für große Abstände durch die negativ geladenen Elektronen abgeschirmt, so dass die effektive Reichweite des elektrischen Potentials des Kerns dennoch begrenzt ist. Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt im Fall der Streuung von

α -Teilchen mit $E_{\text{kin}} = 5,5 \text{ MeV}$ an Gold-Atomen, wenn Sie annehmen, dass für einen Stoßparameter b größer als der Atomradius $R_{\text{Au}} = 1,35 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ keine Streuung mehr erfolgt?

iii. Berechnen Sie den minimalen Abstand r_{min} eines α -Teilchens auf der Sonnenoberfläche (kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{3}{2}k_B T$, wobei $T \simeq 5800 \text{ K}$) bei Streuung an einem Kohlenstoffatom $^{12}_6\text{C}$. (Der Einfachheit halber wird angenommen, dass E_{kin} die kinetische Energie im Schwerpunktsystem des α - $^{12}_6\text{C}$ Paares ist.) Wie heiß müsste es mindestens sein, damit sich die Kerne berühren? Benutzen Sie für den Kernradius $R = 1,3A^{1/3}$.