

Übung Nr. 3

Diskussionsthema: Bindungsenergie eines Atomkerns; Bethe–Weizsäcker Massenformel

Aufgabe 7. Separationsenergie

Zur Bestimmung der Stabilität von Atomkernen werden sog. Separationsenergien für die Abspaltung verschiedener Teilchen eingeführt:

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Neutrons:

$$S_n(Z, N) \equiv [m(Z, N - 1) + m_n - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Protons:

$$S_p(Z, N) \equiv [m(Z - 1, N) + m_p - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines α -Teilchens (= ${}^4_2\text{He}$ -Kern; Masse m_α):

$$S_\alpha(Z, N) \equiv [m(Z - 2, N - 2) + m_\alpha - m(Z, N)] c^2.$$

- i. Schreiben Sie diese Separationsenergien mithilfe der Kernbindungsenergien um.
- ii. Falls $S_n > 0$, was ist die Bedeutung von S_n ?
- iii. Was ist die Bedeutung eines negativen Werts der Separationsenergie S_α , der Separationsenergien S_n bzw. S_p ?
- iv. In einem Kernreaktor findet die Reaktion $n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^*$ statt, wobei die *-Schreibweise bedeutet, dass der ${}^{236}\text{U}$ -Kern in einem angeregten Zustand ist. Es sei $E^* = [m({}^{236}\text{U}^*) - m({}^{236}\text{U})] c^2$ seine Energie im Bezug auf den Grundzustand. Falls die relative Geschwindigkeit von Neutron und ${}^{235}\text{U}$ -Kern sehr klein ist, wie lautet die Erhaltung der Energie in der Reaktion im Schwerpunktsystem der Reaktionspartner? Was ist dann der Zusammenhang zwischen E^* und der Separationsenergie $S_n({}^{236}\text{U})$?

Aufgabe 8. Kern- und Atommassen

In manchen Büchern wird die Bindungsenergie des Kerns anders definiert als in der Vorlesung. Statt der Kernmasse $m(Z, A)$ wird die Masse $m'(Z, A)$ des betreffenden Atoms benutzt:

$$m'(Z, A) = m(Z, A) + Zm_e - \frac{B'_e(Z, A)}{c^2},$$

wobei $B'_e(Z, A)$ die Bindungsenergie der Z Elektronen bezeichnet. Dementsprechend wird als Bindungsenergie des Kerns die Größe

$$B'(Z, A) \equiv [Zm_H + (A - Z)m_n - m'(Z, A)] c^2$$

definiert, wobei m_H die Masse des ${}^1\text{H}$ -Atoms ist.

Wie lautet der Unterschied zwischen dieser $B'(Z, A)$ und der in der Vorlesung definierten Bindungsenergie $B(Z, A)$? Warum ist dieser Unterschied in den meisten Fällen unwesentlich?

Aufgabe 9. Bethe–Weizsäcker Massenformel

Die Masse eines Atomkerns ist näherungsweise gegeben durch

$$m(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A (Z - \frac{A}{2})^2 A^{-1} + B_\delta}{c^2},$$

mit dem Paarungsterm $B_\delta = \begin{cases} +a_\delta A^{-1/2} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- und gu-Kerne} \\ -a_\delta A^{-1/2} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$

und $a_V = 15,85$ MeV, $a_S = 18,34$ MeV, $a_C = 0,71$ MeV, $a_A = 92,86$ MeV, $a_\delta = 11,46$ MeV.

- i. Berechnen Sie hieraus die Bindungsenergie pro Nukleon B/A für ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{56}_{26}\text{Fe}$, ${}^{62}_{28}\text{Ni}$.
- ii. Zeigen Sie, dass der Zerfall ${}^{240}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{128}_{50}\text{Sn} + {}^{110}_{44}\text{Ru} + 2\text{n}$ energetisch möglich ist.
- iii. Für fix gewählte Z , für welche $N = A - Z$ hat die Bindungsenergie pro Nukleon (unter Auslassung des Paarungsterms B_δ) ihr Maximum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für Nickel ($Z = 28$) und Zinn ($Z = 50$) mit der Nuklidkarte.
- iv. In der Bindungsenergie hängen nur der Coulomb-Term und der Asymmetrie-Term explizit von Z ab.
 - a) Wiederholen Sie die Berechnung der Protonenzahl $Z_{\min}(A)$, bei der die minimale Kernmasse in einer Isobarenreihe erreicht wird. Was passiert mit $Z_{\min}(A)$ wenn $a_C = 0$ bzw. $a_A = 0$? Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.
 - b) Es sei jetzt A ungerade. a_C und a_A nehmen wieder ihre oben angegebenen Werte an. Für welche Z ist es energetisch günstiger, dass sich ein Proton in ein Neutron verwandelt? Testen Sie ihren Ausdruck für $A = 125$.