

## Übung Nr. 6

### Diskussionsthemen:

- Fassen Sie zusammen, für jede der drei häufigsten Zerfallsarten ( $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Emission), welche Erhaltungsgesetze jeweils gelten und welche deren Folgen sind.

- Auf welchem Phänomen beruht die Emission eines  $\alpha$ -Teilchens durch einen Kern? Wie wird die entsprechende Zerfallskonstante bzw. Halbwertszeit berechnet und welche experimentelle Beobachtung bestätigt die (grobe) Gültigkeit der Berechnung?

### 1. Wie radioaktiv sind Sie?

Durch natürliche Prozesse (Atmung, Nahrung) werden verschiedene radioaktive Substanzen in den menschlichen Körper aufgenommen, insbesondere  $^{14}\text{C}$ ,  $^{40}\text{K}$  und  $^{222}\text{Rn}$ . Wir wollen hier die von diesen Elementen verursachte Aktivität Ihres Körpers abschätzen. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass Frauen bzw. Männer 65 kg bzw. 75 kg wiegen.

**i. Kalium-40.** Kalium hat 3 natürlich vorkommende Isotope:  $^{39}\text{K}$  (Häufigkeit 93,26 %) und  $^{41}\text{K}$  (Häufigkeit 6,73 %) sind stabil, während  $^{40}\text{K}$  (heutige Häufigkeit 0,0117 %) instabil mit der Halbwertszeit  $T_{1/2} = 1,227 \cdot 10^9$  Jahre ist.

Berechnen Sie die Aktivität einer Mole von  $^{40}\text{K}$ -Kernen. Die Atommasse von  $^{40}\text{K}$  ist 39,964 u: was für eine Aktivität hat ein Kilogramm Kalium-40?

Der Anteil an Kalium im menschlichen Körper beträgt im Schnitt 2,26 g pro kg Körpermasse bei Frauen bzw. 2,52 g pro kg Körpermasse bei Männern. Was ist dann die gesamte Aktivität des in Ihrem Körper enthaltenen  $^{40}\text{K}$ ?

**ii. Kohlenstoff-14.** Kohlenstoff ist viel häufiger als Kalium im Körper und beträgt etwa 23 % des Körpergewichts. Davon ist die natürliche Häufigkeit vom radioaktiven Isotop  $^{14}\text{C}$  ungefähr  $10^{-12}$ . Die spezifische Aktivität (d.h. die Aktivität pro Kilogramm Stoff) von Kohlenstoff ist  $190 \text{ Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Berechnen Sie die von  $^{14}\text{C}$  verursachte Aktivität in Ihrem Körper.

**iii. Radon.** Radon ist das schwerste Edelgas, mit vielen Isotopen, die alle instabil sind. Das langlebigste und häufigste davon ist  $^{222}\text{Rn}$  mit der Halbwertszeit  $T_{1/2} = 3,8$  Tage. Berechnen Sie dessen Zerfallskonstante  $\lambda_{\text{Rn}}$ .

Der Einfachheit halber wird angenommen, dass das Lungenvolumen 5 Liter beträgt und dass die ganze entsprechende Luft regelmässig neu ersetzt wird, sodass die Häufigkeit an Radon in der in den Lungen enthaltenen Luft dieselbe ist, als die mittlere Häufigkeit in der Erdatmosphäre, und zwar ein Radonatom auf  $10^{21}$  Moleküle. Was ist die gesamte Aktivität von  $^{222}\text{Rn}$  in Ihrem Körper? (Zur Erinnerung ist das molare Volumen idealer Gase bei Normbedingungen 22,4 Liter.)

Bemerkungen:

- Die jeweiligen biologischen Wirksamkeiten der oben betrachteten Quellen von Radioaktivität können sehr unterschiedlich sein. . .

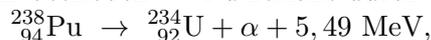
- Wegen der ziemlich kurzen mittleren Lebensdauer von Radon hängt seine Häufigkeit in der Luft tatsächlich stark vom geologischen Untergrund. Es gibt viel weniger  $^{222}\text{Rn}$  in der Bielefelder Luft als in Süddeutschland!

### 2. Zerfallsgesetz

**i.** Sie werden gebeten, mitzuhelfen, einen Mord aufzuklären. Es besteht der Verdacht, dass jemand mit Polonium  $^{210}\text{Po}$  vergiftet wurde.  $^{210}\text{Po}$  zerfällt durch  $\alpha$ -Strahlung und hat die Halbwertszeit  $T_{1/2} = 138,4$  Tage. Zudem beträgt dessen organische Halbwertszeit 50 Tage, das ist der Zeitraum,

nach dem der menschliche Körper die Hälfte des Poloniums wieder ausgeschieden hat. Das Opfer wurde nach Zeugenaussagen<sup>1</sup> vor 25 Tagen vergiftet und ist heute daran gestorben. Eine erste Analyse ergab, dass die Aktivität auf den ganzen Körper hochgerechnet  $103,7 \cdot 10^6$  Becquerel beträgt. Mit wieviel Gramm wurde das Opfer vermutlich vergiftet?

ii. Die Raumsonde Cassini, die 1997 zum Saturn startete um dessen Monde zu erkunden und dort 2004 ankam, wird mit Plutonium betrieben.  $^{238}\text{Pu}$  zerfällt durch  $\alpha$ -Zerfall:



wobei die mittlere Lebensdauer von  $^{238}\text{Pu}$  128 Jahre beträgt. Schätzen Sie die Menge Plutoniums in Kilogramm ab, die nötig ist, um die Raumsonde für 50 Jahre mit mindestens 1 kW Strom zu versorgen. (Der Zerfall von  $^{234}\text{U}$  mit  $T_{1/2} = 2,5 \cdot 10^5$  Jahre kann vernachlässigt werden).

### 3. Altersbestimmung

Datieren Sie das Grabtuch von Turin, welches als Reliquie verehrt wurde, da darauf das Gesicht von Jesus von Nazaret zu sehen sei. Bei einer Radiocarbonanalyse aus dem Jahr 1988 wurde mittels Massenspektrometrie das Isotopenverhältnis  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 9,268 \cdot 10^{-12}$  für eine Probe des Tuchs gemessen.<sup>2</sup> In lebender Materie ist die relative Häufigkeit von  $^{12}\text{C}$  98,89 %, von  $^{13}\text{C}$  1,11 % und von  $^{14}\text{C}$   $10^{-10}$  %.  $^{14}\text{C}$  wird in der Atmosphäre durch die Reaktion  $n + ^{14}\text{N} \rightarrow p + ^{14}\text{C}$  erzeugt und durch Photosynthese in die Nahrungskette von Organismen aufgenommen. In toter Materie zerfällt  $^{14}\text{C}$ , ohne dass der Verlust durch Austausch mit der Atmosphäre kompensiert werden könnte. Die Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$  beträgt 5730 Jahre. Wann wurde der Leinen, aus dem das Grabtuch besteht, vermutlich hergestellt?

---

<sup>1</sup>Vgl. <http://www.ruthe.de/frontend/index.php?pic=251&sort=datum&order=DESC>

<sup>2</sup>P.E.Damon *et al.*, Nature **337** (1989) 611.