

Übung Nr. 3

Diskussionsthema:

- Welche experimentelle Beobachtungen führen zur Idee eines Schalenmodells des Atomkerns?

8. Harmonischer Oszillator als Kernpotential

Ein mögliches Kernpotential ist das des dreidimensionalen harmonischen Oszillators

$$V(r) = -V_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right].$$

i. Betrachten Sie den der kinetischen Energie entsprechenden Operator und den dreidimensionalen harmonischen Oszillator in kartesischen Koordinaten. Zeigen Sie, dass die Wellenfunktion in drei Teile faktorisiert werden kann. Berechnen Sie die betreffenden Energieniveaus in Abhängigkeit von der „Null-Energie“ V_0 bzw. der Kreisfrequenz $\omega \equiv (2V_0/mR_0^2)^{1/2}$ und von drei Quantenzahlen n_1, n_2, n_3 , wobei m die Masse des im Potentialtopf eingeschlossenen Teilchens bezeichnet.

Wichtiger Tipp: Sie brauchen die Eigenfunktionen des Hamilton-Operators nicht! Erinnerungen an die Theorie II Vorlesung helfen.

ii. Löst man das Problem in Kugelkoordinaten (was wir hier nicht tun wollen), findet man für das Oszillatorpotential folgenden Ausdruck für äquidistante Energieniveaus:

$$E_{n,\ell} = \hbar\omega \left[2(n-1) + \ell + \frac{3}{2} \right], \quad \text{mit } \omega^2 = \frac{2V_0}{mR_0^2},$$

wobei $n = 1, 2, \dots$ und $\ell = 0, 1, \dots$

Welchen Entartungsgrad weisen die Energieniveaus auf? Berechnen Sie diesen explizit für die ersten 6 Energieniveaus. Welche sind die entsprechenden „magischen Zahlen“?

iii. Welche Parität haben die Energieniveaus jeweils?

9. Einteilchen-Schalenmodell des Atomkerns

Nach Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung ergibt sich für die ersten Schalen in einem realistischen Potentialtopf das Termschema

$$1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1g_{9/2}, \dots$$

Dann sind bei Protonen bzw. Neutronen die zwei nächsten Schalen $1g_{7/2}, 2d_{5/2}$ bzw. $2d_{5/2}, 1g_{7/2}$. Geben Sie die Paritäten und Entartungsgrade der verschiedenen Niveaus an.

10. Angeregte Zustände im Schalenmodell

In der folgenden Tabelle sind für einige Kerne die experimentell bestimmten Spins und Paritäten des Grundzustands und des ersten angeregten Zustands gegeben:

	${}^7_3\text{Li}$	${}^{23}_{11}\text{Na}$	${}^{33}_{16}\text{S}$	${}^{41}_{21}\text{Sc}$	${}^{83}_{36}\text{Kr}$	${}^{93}_{41}\text{Nb}$
J_0^Π	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{7}{2}^-$	$\frac{9}{2}^+$	$\frac{9}{2}^+$
J_1^Π	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{7}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$

Geben Sie nach dem Einteilchen-Schalenmodell die Konfiguration der Protonen und Neutronen in nicht abgeschlossenen Unterschalen für diese Kerne an, und machen Sie Voraussagen über die Quantenzahlen der Grundzustände und ersten angeregten Zustände. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit den angegebenen Werten.