

## Übung Nr. 3

### 5. Separationsenergie

Zur Bestimmung der Stabilität von Atomkernen werden sog. Separationsenergien für die Abspaltung verschiedener Teilchen eingeführt:

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Neutrons:

$$S_n(Z, N) \equiv [m(Z, N - 1) + m_n - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines Protons:

$$S_p(Z, N) \equiv [m(Z - 1, N) + m_p - m(Z, N)] c^2;$$

- Separationsenergie für die Abspaltung eines  $\alpha$ -Teilchens (=  ${}^4_2\text{He}$ -Kern; Masse  $m_\alpha$ ):

$$S_\alpha(Z, N) \equiv [m(Z - 2, N - 2) + m_\alpha - m(Z, N)] c^2.$$

i. Schreiben Sie diese Separationsenergien mithilfe der Kernbindungsenergien um.

ii. Falls  $S_n > 0$ , was ist die Bedeutung von  $S_n$ ?

iii. Was ist die Bedeutung eines negativen Werts der Separationsenergie  $S_\alpha$ , der Separationsenergien  $S_n$  bzw.  $S_p$ ?

Die Linie  $S_n = 0$  bzw.  $S_p = 0$  in der  $N - Z$ -Ebene (vgl. Nuklidkarte) heißt „neutron drip line“ bzw. „proton drip line“.

iv. In einem Kernreaktor findet die Reaktion  $n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^*$  statt, wobei die \*-Schreibweise bedeutet, dass der  ${}^{236}\text{U}$ -Kern in einem angeregten Zustand ist. Es sei  $E^* = [m({}^{236}\text{U}^*) - m({}^{236}\text{U})] c^2$  seine Energie im Bezug auf den Grundzustand.

Falls die relative Geschwindigkeit von Neutron und  ${}^{235}\text{U}$ -Kern sehr klein ist, wie lautet die Erhaltung der Energie in der Reaktion im Schwerpunktsystem der Reaktionspartner? Was ist dann der Zusammenhang zwischen  $E^*$  und der Separationsenergie  $S_n({}^{236}\text{U})$ ?

### 6. Kern- und Atommassen

In manchen Büchern wird die Bindungsenergie des Kerns anders definiert als in der Vorlesung. Statt der Kernmasse  $m(Z, A)$  wird die Masse  $m'(Z, A)$  des betreffenden Atoms benutzt:

$$m'(Z, A) = m(Z, A) + Zm_e - \frac{B'_e(Z, A)}{c^2},$$

wobei  $B'_e(Z, A)$  die Bindungsenergie der  $Z$  Elektronen bezeichnet. Dementsprechend wird als Bindungsenergie des Kerns die Größe

$$B'(Z, A) \equiv [Zm_H + (A - Z)m_n - m'(Z, A)] c^2$$

definiert, wobei  $m_H$  die Masse des  ${}^1\text{H}$ -Atoms ist.

Wie lautet der Unterschied zwischen dieser  $B'(Z, A)$  und der in der Vorlesung definierten Bindungsenergie  $B(Z, A)$ ? Warum ist dieser Unterschied in den meisten Fällen unwesentlich?

### 7. Bethe-Weiszäcker Massenformel

Die Masse eines Atomkerns ist näherungsweise gegeben durch

$$m(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A (Z - \frac{A}{2})^2 A^{-1} + B_\delta}{c^2},$$

mit dem Paarungsterm  $B_\delta = \begin{cases} +a_\delta A^{-1/2} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- und gu-Kerne} \\ -a_\delta A^{-1/2} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$

und  $a_V = 15,85$  MeV,  $a_S = 18,34$  MeV,  $a_C = 0,71$  MeV,  $a_A = 92,86$  MeV,  $a_\delta = 11,46$  MeV.

- i. Berechnen Sie hieraus die Bindungsenergie pro Nukleon  $B/A$  für  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ,  ${}^{62}_{28}\text{Ni}$ .
- ii. Zeigen Sie, dass der Zerfall  ${}^{240}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{128}_{50}\text{Sn} + {}^{110}_{44}\text{Ru} + 2n$  energetisch möglich ist.
- iii. Für fix gewählte  $Z$ , für welche  $N = A - Z$  hat die Bindungsenergie pro Nukleon (unter Auslassung des Paarungsterms  $B_\delta$ ) ihr Maximum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für Nickel ( $Z = 28$ ) und Zinn ( $Z = 50$ ) mit der Nuklidkarte.
- iv. In der Bindungsenergie hängen nur der Coulomb-Term und der Asymmetrie-Term explizit von  $Z$  ab, wobei der Coulomb-Term  $Z$  zu minimieren sucht, während der Asymmetrie-Term auf  $Z = N$  abzielt. Es sei  $A$  ungerade. Für welche  $Z$  ist es energetisch günstiger, dass sich ein Proton in ein Neutron verwandelt? Testen Sie ihren Ausdruck für  $A = 125$ .