

Übung Nr. 13

Diskussionsthema:

Fassen Sie zusammen, wie die verschiedenen Arten von „Strahlung“ ihre Energie in der Materie verlieren.

34. Spaltproduktvergiftung

Bei der Kernspaltung entstehen im Brennstoff viele Spaltprodukte, die selbst radioaktiv sind und durch ihren Zerfall neue Neutronenabsorber erzeugen. Die Spaltprodukte bleiben im Reaktor, sie „vergiften“ ihn. Für die „parasitäre“ Neutronenabsorption ist neben der Häufigkeit vor allem der Absorptionsquerschnitt eines Spaltprodukts entscheidend.

i. Das zeitliche Verhalten der Konzentration N_i eines direkten Spaltprodukts i ergibt sich aus der vereinfachten Differentialgleichung¹

$$\frac{dN_i}{dt} = \gamma_i N_{\text{Sp}} \sigma_{\text{Sp}} \Phi - \lambda_i N_i - \sigma_{i,n} N_i \Phi, \quad (2)$$

mit γ_i das Verzweungsverhältnis für die Erzeugung des Spaltprodukts i in einer Spaltung, N_{Sp} bzw. σ_{Sp} die Dichte bzw. der Spaltungsquerschnitt der Spaltkerne, Φ die Neutronenflussdichte, λ_i bzw. $\sigma_{i,n}$ die Zerfallskonstante bzw. der Neutronenabsorptionswirkungsquerschnitt von i .

Nehmen Sie an, dass Φ und $N_{\text{Sp}} \sigma_{\text{Sp}}$ zeitunabhängig sind und lösen Sie die Differentialgleichung (2) unter der Nebenbedingung, dass $N_i(t=0) = 0$. [Tipp: Variation der Konstanten]

ii. Bestimmen Sie die Sättigungszeit t_s , das heißt, die Zeitkonstante, die als Inverse des Vorfaktors von t im Exponenten auftritt: sie bestimmt, wie schnell sich die Gleichgewichtskonzentration für die Zahl der Spaltprodukte einstellt. Berechnen Sie t_s für $\sigma_{i,n} = 10$ b, $\Phi = 3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ und $\tau_i = 1/\lambda_i = 21,21$ a. Vergleichen Sie diese Sättigungszeit mit der typischen Laufzeit eines Reaktors.

iii. Bei sogenannten starken Absorbern sind die Sättigungszeiten dagegen sehr kurz. Ist das stark absorbierende Zerfallsprodukt stabil, so vereinfacht sich der Ausdruck für die Sättigungszeit zu $t_s = 1/\sigma\Phi$: wie folgt dies aus ii.?

Ein Beispiel für einen stabilen starken Absorber ist Samarium ^{149}Sm mit $\sigma_{^{149}\text{Sm},n} = 4,1 \cdot 10^4$ b. Φ sei wie in ii. angenommen; nach welcher Zeit ist die Konzentration des Spaltprodukts hier gesättigt?

35. Reichweite schwerer geladener Teilchen – Skalierungsgesetz

Es sei $R_p(E_{\text{kin},p})$ die Reichweite eines Protons mit der kinetischen Energie $E_{\text{kin},p}$ in einem Stück Materie. Zeigen Sie, dass die Reichweite $R_M(E_{\text{kin},M})$ in dieser Materie eines Teilchens mit der Masse M , der elektrischen Ladung ze und der kinetischen Energie $E_{\text{kin},M}$ durch

$$R_M(E_{\text{kin},M}) = \frac{M}{z^2 m_p} R_p\left(\frac{m_p E_{\text{kin},M}}{M}\right)$$

gegeben ist.

¹In der Tat sollten auch mindestens zwei weitere mögliche Produktionskanäle des Spaltprodukts i berücksichtigt werden:

$$\frac{dN_i}{dt} = \gamma_i N_{\text{Sp}} \sigma_{\text{Sp}} \Phi + \lambda_j N_j + \sigma_{k,n} N_k \Phi - \lambda_i N_i - \sigma_{i,n} N_i \Phi, \quad (1)$$

wobei der zweite bzw. der dritte Term der Erzeugung von i als Zerfallsprodukt vom Spaltprodukt j bzw. als Produkt der Absorption eines Neutrons durch den Spaltprodukt k entspricht.

36. Reichweite schwerer geladener Teilchen – eine Taschenformel

Der Energieverlust in der Materie (Massendichte ρ von Atomen mit der Massenzahl A und der Ladungszahl Z) eines schweren Teilchens mit der Masse M , der kinetischen Energie E_{kin} und der elektrischen Ladung ze kann als

$$\frac{dE}{d\ell} \simeq -D \frac{Z\rho z^2 c^2}{A v^2} L \quad (3)$$

geschrieben werden, wobei v die Geschwindigkeit des Teilchens ist und

$$D = 4\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\mathcal{N}_A}{m_e c^2}, \quad L = \ln \frac{b_{\text{max}}}{b_{\text{min}}},$$

mit \mathcal{N}_A die Avogadro-Zahl.

Zeigen Sie, dass im Fall eines konstanten $L = \tilde{L}$ in Gl. (3) die Reichweite des Teilchens lautet

$$R_M(E_{\text{kin}}) = \frac{A}{Z\rho} \frac{1}{Dz^2\tilde{L}} \frac{E_{\text{kin}}^2}{Mc^2 + E_{\text{kin}}}$$

und diskutieren Sie diese Formel.

Zur Erinnerung gilt für ein relativistisches Teilchen $E_{\text{kin}} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - Mc^2$.