

## Übung Nr. 10

### Diskussionsthemen:

- Fassen Sie zusammen, für jede der drei häufigsten Zerfallsarten ( $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Emission), welche Erhaltungsgesetze jeweils gelten und welche deren Folgen sind.

- (Besprechung am 20. bzw. 23. Januar) Informieren Sie sich über und erklären Sie die Unterschiede zwischen Druckwasserreaktor, Siedewasserreaktor und Hochtemperaturreaktor. Skizzieren Sie die Funktionsweise und diskutieren Sie Vor- und Nachteile.

### 25. $\beta$ -Zerfall

i. Der Kern  ${}_{30}^{62}\text{Zn}$  kann sowohl durch  $e^+$ -Emission als auch durch Elektroneneinfang zerfallen. Die maximale kinetische Energie des Positrons sei 0,66 MeV. Wie groß ist die maximale Energie des Neutrinos im  $\beta^+$ -Zerfall? Wie groß ist die maximale Energie des Neutrinos im Elektroneneinfang? (Rückstoß- und Elektronen-Bindungsenergie dürfen vernachlässigt werden.)

ii. Berechnen Sie die  $Q$ -Werte der folgenden  $\beta^-$ -Zerfälle: (a)  ${}^{11}\text{Be} \rightarrow {}^{11}\text{B}$ , (b)  ${}^{65}\text{Ni} \rightarrow {}^{65}\text{Cu}$ , und der  $\beta^+$ -Zerfälle: (c)  ${}^{10}\text{C} \rightarrow {}^{10}\text{B}$ , (d)  ${}^{89}\text{Zr} \rightarrow {}^{89}\text{Y}$ .

(Auf <http://www.nndc.bnl.gov/amdc/web/masseval.htm> können die nötigen Massen bzw. Bindungsenergien der jeweiligen Kerne gefunden werden.)

### 26. $\gamma$ -Zerfall

Der Kern  ${}^{43}\text{Ca}$  sei im Zustand mit  $J_{\text{Kern}}^{\text{II}} = \frac{3}{2}^-$  angeregt und geht durch  $\gamma$ -Zerfall in den Grundzustand mit  $J_{\text{Kern}}^{\text{II}} = \frac{7}{2}^-$  über, wobei die Anregungsenergie  $E^* = 593$  keV beträgt.

i. Welche Multipolaritäten kann die  $\gamma$ -Strahlung haben?

Zur Erinnerung: definitionsgemäß hat „elektrische“  $2^{L\gamma}$ -Multipolarität die Parität  $\Pi_{\gamma} = (-1)^{J_{\gamma}}$ , „magnetische“  $2^{L\gamma}$ -Multipolarität die Parität  $\Pi_{\gamma} = -(-1)^{J_{\gamma}}$ , wobei  $\vec{J}_{\gamma} = \vec{L}_{\gamma} + \vec{S}_{\gamma}$  der Gesamtdrehimpuls des Photons ist, während für die Parität des Photons  $\Pi_{\gamma} = -(-1)^{L_{\gamma}}$  gilt.

ii. Welche Wellenlänge hat die emittierte  $\gamma$ -Strahlung?

### 27. Langlebiger Isomerzustand

Der Kern  ${}_{47}^{108}\text{Ag}$  (Spin und Parität  $J_{\text{Kern}}^{\text{II}} = 1^+$ ) ist  $\beta$ -instabil mit einer Halbwertszeit 2,38 mn. Er besitzt einen Isomerzustand (Anregungsenergie  $E^* = 109$  keV) mit Spin und Parität  $6^+$  und einer Halbwertszeit 438 Jahre. Erklären Sie, wieso ein angeregter Zustand eines Kerns mehr stabil als der Grundzustand sein kann.

### 28. WKB-Verfahren

Die in der Vorlesung hergeleiteten WKB-Lösungen für die Wellenfunktionen  $u_{\text{II}}(r)$  (innerhalb der Tunnelbarriere) und  $u_{\text{III}}(r)$  (außerhalb des Kerns),

$$u_{\text{II}}(r) = \frac{C}{\sqrt{\kappa(r)}} \exp \left[ \int_r^{r_c} \kappa(r') dr' \right] + \frac{D}{\sqrt{\kappa(r)}} \exp \left[ - \int_r^{r_c} \kappa(r') dr' \right], \quad \kappa(r) \equiv \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [V_{\alpha}(r) - Q_{\alpha}]}$$

$$u_{\text{III}}(r) = \frac{E}{\sqrt{k(r)}} \exp \left[ i \int_{r_c}^r k(r') dr' \right] + \frac{F}{\sqrt{k(r)}} \exp \left[ - i \int_{r_c}^r k(r') dr' \right], \quad k(r) \equiv \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [Q_{\alpha} - V_{\alpha}(r)]}$$

sind nur eine Approximation: sie erfüllen *nicht* die zeitunabhängige reduzierte Schrödinger-Gleichung

$$\frac{d^2 u_{\text{II}}}{dr^2} - \kappa(r)^2 u_{\text{II}}(r) = 0, \quad \frac{d^2 u_{\text{III}}}{dr^2} + k(r)^2 u_{\text{III}}(r) = 0. \quad (1)$$

i. Zeigen Sie, dass  $u_{\text{II}}$  stattdessen die folgende Differentialgleichung erfüllt

$$\frac{d^2 u_{\text{II}}}{dr^2} + \left[ -\kappa(r)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\kappa(r)} \frac{d^2 \kappa}{dr^2} - \frac{3}{4} \frac{1}{\kappa(r)^2} \left( \frac{d\kappa}{dr} \right)^2 \right] u_{\text{II}}(r) = 0, \quad (2)$$

und  $u_{\text{III}}$  eine hierzu analoge Differentialgleichung.

ii. Was besagt ein Vergleich der Differentialgleichung (2) mit der Schrödingergleichung (1) über den Gültigkeitsbereich der WKB-Näherung? Ist sie an den klassischen Umkehrpunkten  $r = R$  und  $r = r_c$  anwendbar?