

FLOT COLLECTIF

DANS LES COLLISIONS D'IONS LOURDS

N. BORGHINI
Saclay

P. M. DINH
Toulouse

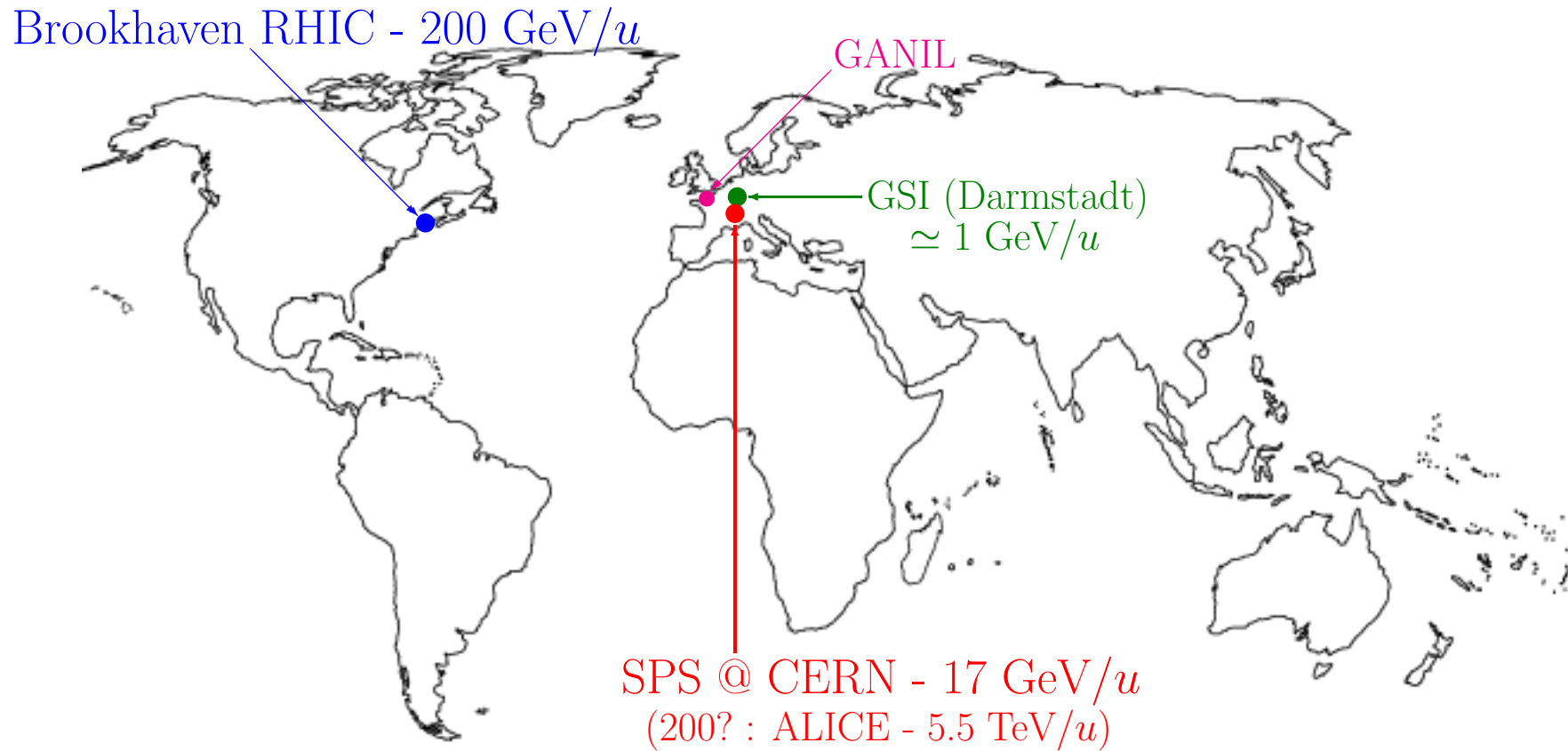
J.-Y. OLLITRAULT
Saclay

- Flot collectif: v_1, v_2

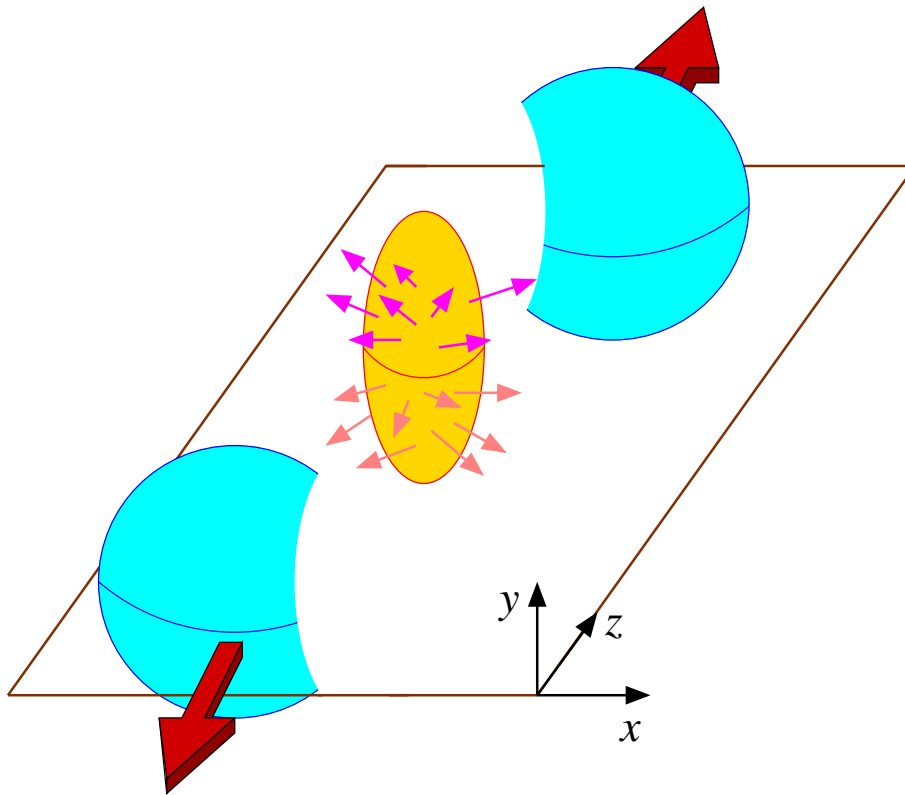
- Méthodes d'analyse du flot $\left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \text{ méthode(s) à deux particules} \\ \heartsuit \text{ méthode } \left\{ \begin{array}{l} \text{à quatre, six, huit... particules;} \\ \text{à trois particules} \end{array} \right. \\ \heartsuit \text{ méthode à grand nombre de particules} \end{array} \right.$

- Application aux données expérimentales (NA49, STAR)

COLLISIONS D'IONS LOURDS



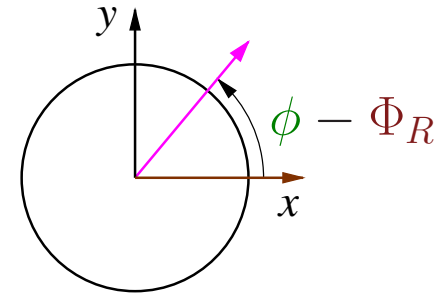
FLOT ANISOTROPE



Anisotropie de la source

⇒ émission anisotrope des particules :

FLOT (transverse)



$$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2v_1 \cos(\phi - \Phi_R) + 2v_2 \cos 2(\phi - \Phi_R) + \dots$$

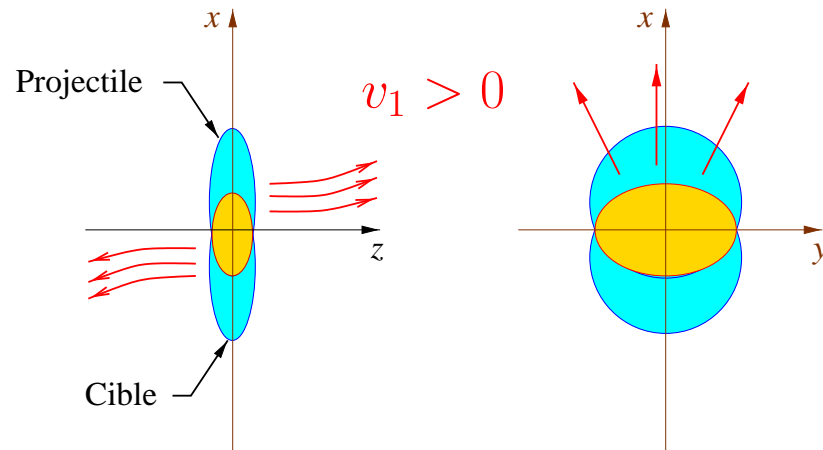
v_1 “dirigé”, v_2 “elliptique”

$$v_n = \langle \cos n(\phi - \Phi_R) \rangle$$

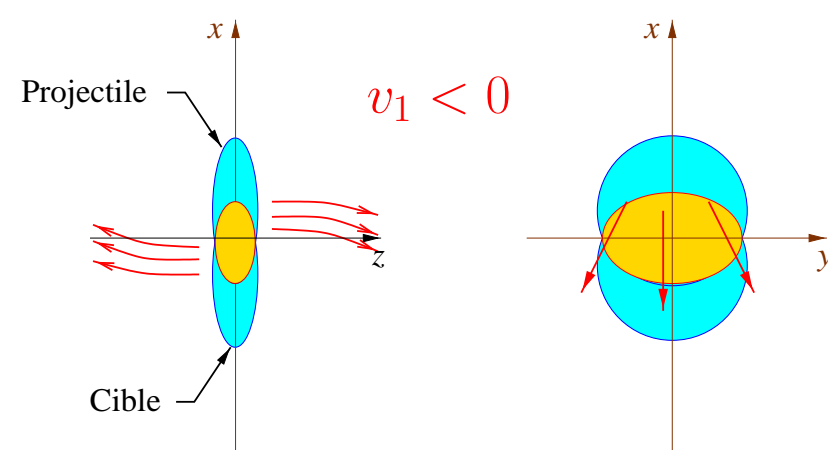
v_1, v_2 ⇒ équation d’état de la source

PHYSIQUE DE v_1 (énergies ultrarelativistes)

Les protons du projectile rebondissent sur la cible :



Le **flot** des pions est opposé à celui des protons :



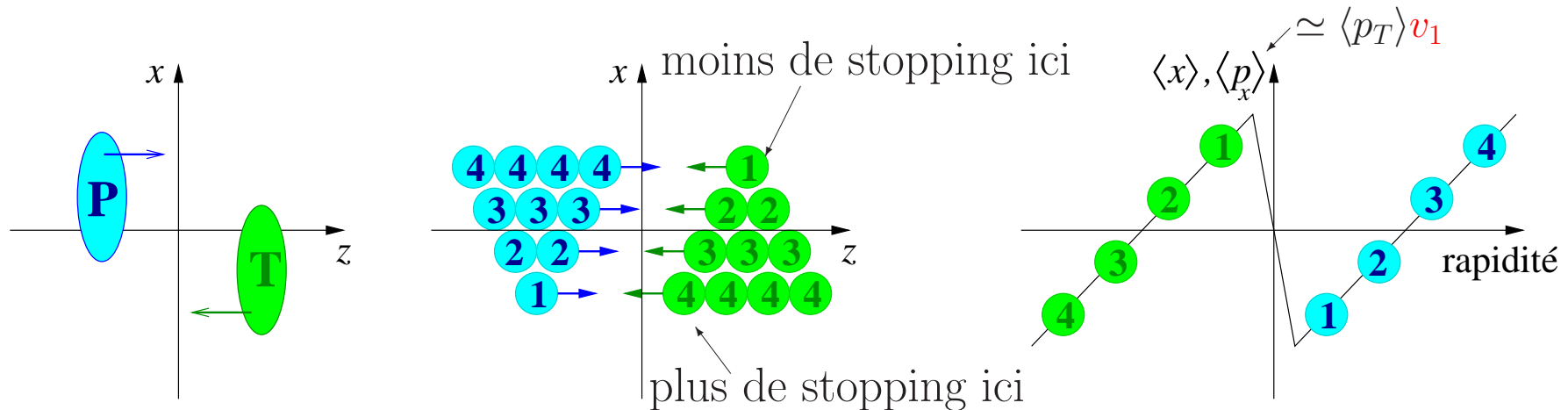
A priori, dans la région du projectile

- v_1 des protons positif
- v_1 des pions négatif

PHYSIQUE DE v_1 (énergies ultrarelativistes)

“Anti**flot**” :

Hypothèses : corrélation position-moment & “baryon stopping” incomplet

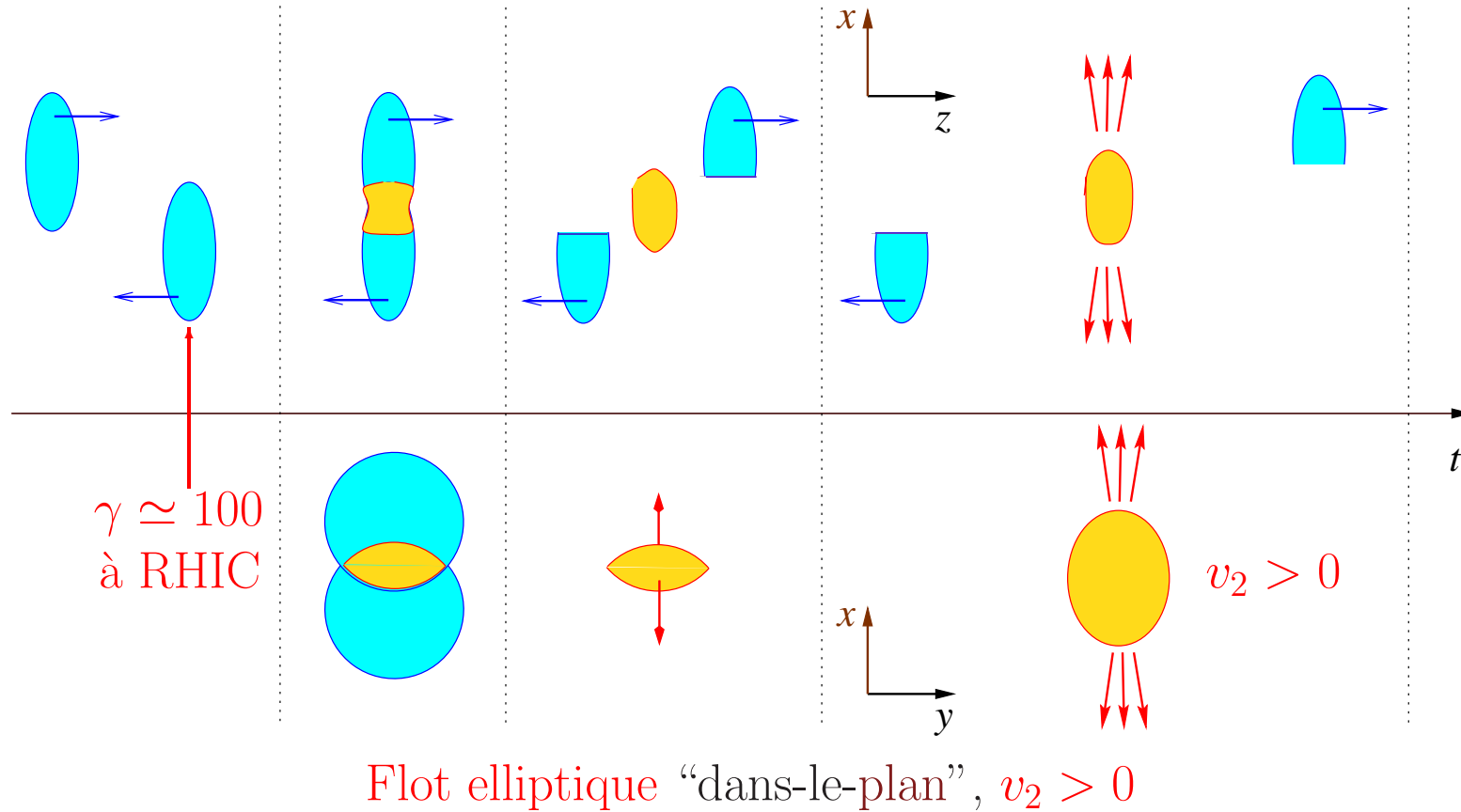


$\implies v_1$ des protons négatif juste au-dessus de la mi-rapidité (“ v_1 wiggle”)

R. J. M. Snellings *et al.*, Phys. Rev. Lett., 2000

PHYSIQUE DE v_2 (énergies ultrarelativistes)

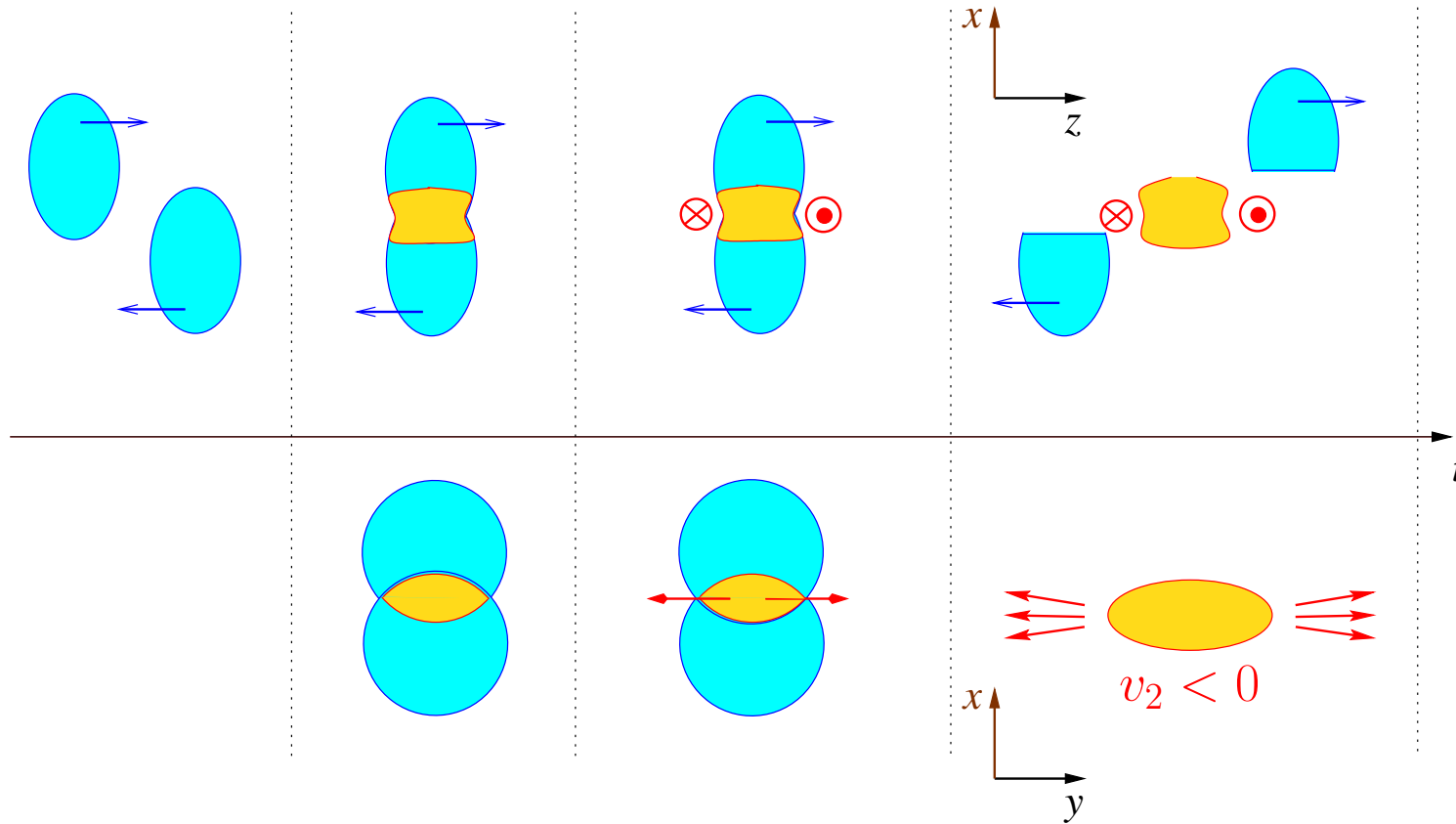
Evolution temporelle de la collision :



J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. **D46** (1992) 229

PHYSIQUE DE v_2 (énergies plus basses)

Evolution temporelle de la collision :



Flot elliptique “hors-du-plan”, “Squeeze-out”

TENDANCES EXPERIMENTALES ACTUELLES...

- Etude interférométrique des paramètres de la source (rayons HBT) “par rapport au plan de réaction”
- Jet quenching par rapport au plan de réaction

... ET PROPOSITIONS THEORIQUES

- Suppression du J/ψ par rapport au plan de réaction
- Violation de la parité

\implies requiert une connaissance précise de v_1, v_2 (\Leftrightarrow du plan de réaction)

METHODES D'ANALYSE DU **FLOT**, 1^{ère} partie

Flot = corrélation avec la direction du paramètre d'impact

$$v_n = \langle \cos n(\phi - \Phi_R) \rangle = \langle e^{in(\phi - \Phi_R)} \rangle$$

Φ_R azimut du plan de réaction... non connu ! 

⇒ **solution** (?): extraire v_n de corrélations à 2 particules

$$\begin{aligned} \langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle &= \langle e^{in(\phi_1 - \Phi_R)} e^{in(\Phi_R - \phi_2)} \rangle \\ &\approx \langle e^{in(\phi_1 - \Phi_R)} \rangle \langle e^{in(\Phi_R - \phi_2)} \rangle = (v_n\{2\})^2 \end{aligned}$$

GANIL, GSI, AGS, SPS, RHIC...

Hypothèse: la corrélation entre deux particules est due à la corrélation de chacune avec le plan de réaction

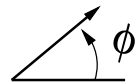
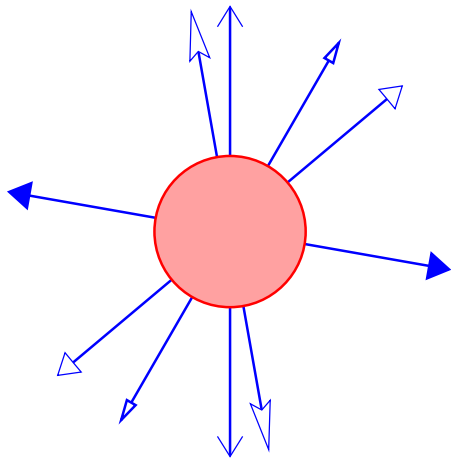
Problème : il existe d'autres sources de corrélations.

CORRELATIONS **NON-FLOT** A DEUX PARTICULES

un exemple simple

Collision centrale \rightarrow PAS DE **flot**, $v_n = 0$.

Importantes corrélations **directes**, dos-à-dos: particules émises par paires



$N/2$ paires **corrélées**

$N(N - 1)/2$ paires au total

\Rightarrow probabilité $1/(N - 1)$ pour qu'une paire arbitraire soit **corrélée**

$$\Rightarrow \langle \cos 2(\phi_1 - \phi_2) \rangle = 1/(N - 1) > 0.$$

L'analyse standard mesure $v_2\{2\} \equiv \sqrt{\langle \cos 2(\phi_1 - \phi_2) \rangle} \neq 0 \dots$



Nombreuses sources de **corrélations non-flot**:

- ♠ corrélations quantiques (HBT)
- ♠ conservation de l'impulsion
- ♠ désintégrations de résonances
- ♠ interactions forte et coulombienne
- ♠ (mini)jets, etc.

Corrélations parasites du même ordre de grandeur que celles dues au **flot** !

$$\mathcal{O}\left(\frac{1}{N}\right) \sim (v_n)^2$$

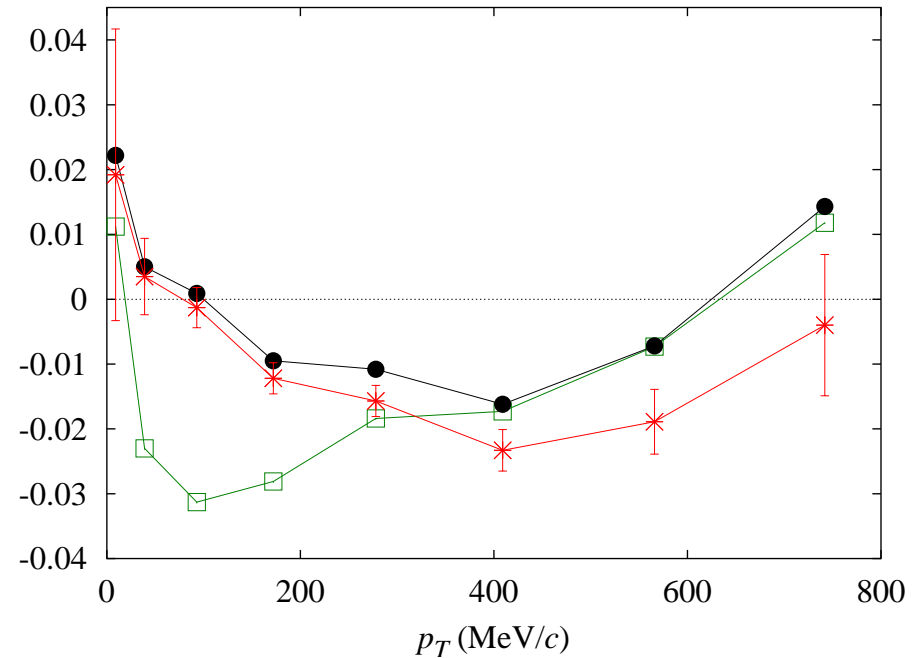
Solution (?):

calculer & soustraire les **corrélations**

Problème: connaît-on **tout** ?

N.B., P.M. Dinh, J.-Y. Ollitrault, Phys. Lett. **B477** (2000) 51, Phys. Rev. **C62** (2000) 034902

v_1 des pions chargés au SPS



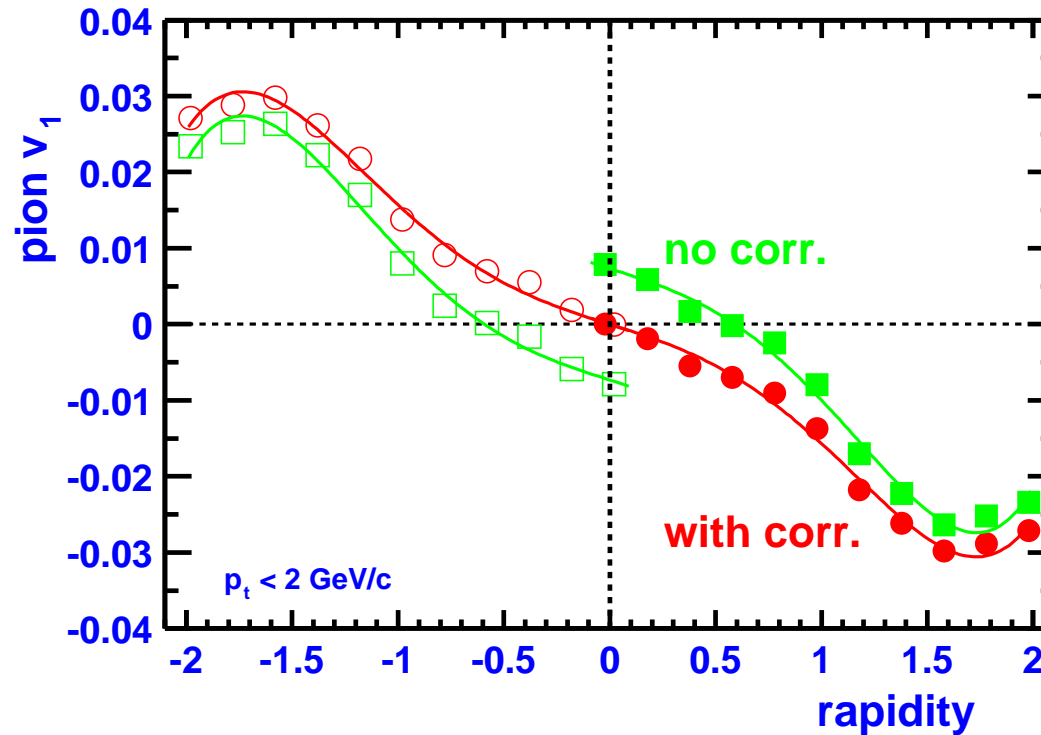
□ : “données” (NA49, PRL 1998)

● : données – HBT

× : données – (HBT & conservation p_T)

CORRELATIONS NON-FLOT (suite)

Influence de la conservation de l'impulsion (NA49 π^+ , π^- , 158A GeV, min. bias)



N.B., P.M. Dinh, J.-Y. Ollitrault, A.M. Poskanzer, S.A. Voloshin, Phys. Rev. **C66** (2002) 014901

METHODES D'ANALYSE DU **FLOT**, 2^{ème} partie

Les corrélations non-flot à deux particules posent problème... éliminons-les !

⇒ cumulant de la corrélation à quatre particules :

$$\begin{aligned} c_n\{4\} &\equiv \langle e^{in(\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4)} \rangle - \langle e^{in(\phi_1-\phi_2)} \rangle \langle e^{in(\phi_3-\phi_4)} \rangle - \langle e^{in(\phi_1-\phi_4)} \rangle \langle e^{in(\phi_3-\phi_2)} \rangle \\ &= -(v_n\{4\})^4 + \underbrace{\mathcal{O}\left(\frac{1}{N^3}\right)} \end{aligned}$$

corrélations non-flot à QUATRE particules, négligeables.

Sensitivité: analyse valide si $v_n \gg \frac{1}{N^{3/4}}$, mieux que $v_n \gg \frac{1}{N^{1/2}}$.

erreur systematique $\delta(v_n\{4\}^4) \simeq \frac{1}{N^3}$

N.B., P.M. Dinh, J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. **C63** (2001) 054906, **C64** (2001) 054901

“METHODE DES CUMULANTS” (suite)

Pourquoi s'arrêter à 4 particules ?

- Corrélations à 6 particules mesurées \implies cumulant à 6 particules :

$$c_n\{6\} = 4 (v_n\{6\})^6 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N^5}\right)$$

- Corrélations à 8 particules mesurées \implies cumulant à 8 particules :

$$c_n\{8\} = -33 (v_n\{8\})^8 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N^7}\right)$$

L'erreur systématique décroît !

$$\delta(v_n\{6\}^6) \simeq \frac{1}{N^5}, \quad \delta(v_n\{8\}^8) \simeq \frac{1}{N^7} \dots$$

CUMULANTS : FONCTION GENERATRICE

① Pour chaque événement, on construit la fonction

$$G_n(z) = \prod_{k=1}^N (1 + z^* e^{in\phi_k} + z e^{-in\phi_k})$$

Pourquoi ?

② Ensuite, on moyenne sur un grand nombre d'événements :

$$\langle G_n(z) \rangle = 1 + \dots + |z|^2 \left\langle \sum_{j \neq k} e^{in(\phi_j - \phi_k)} \right\rangle + \dots + \frac{|z|^4}{4} \left\langle \sum_{j,k,l,m} e^{in(\phi_j + \phi_k - \phi_l - \phi_m)} \right\rangle + \dots$$

$\implies \langle G_n(z) \rangle$ est la fonction génératrice des corrélations multiples

CUMULANTS : FONCTION GENERATRICE

3. On déduit les cumulants, en utilisant

$$\ln \langle G_n(z) \rangle = N^2 |z|^2 \langle\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle\rangle + \dots + \frac{N^4 |z|^4}{4} \langle\langle e^{in(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)} \rangle\rangle + \dots$$

La fonction génératrice engendre TOUS LES CUMULANTS d'un coup ! 

Idée : $\ln \left[1 + x \bullet + \frac{x^2}{2} (\bullet \bullet) + \frac{x^3}{6} \begin{matrix} \bullet & \bullet \\ & \bullet \end{matrix} + \dots \right] = x \odot + \frac{x^2}{2} \text{---} + \frac{x^3}{6} \text{---} + \dots$

4. On extrait le flot : $\ln \langle G_n(z) \rangle = \ln I_0(2 N v_n |z|)$.

Chaque ordre du développement en $|z|^2$ donne une nouvelle équation

\implies plusieurs valeurs de v_n .

5. On poste le papier sur `nucl-ex` ; les citations tombent.

CORRELATIONS NON-FLOT A k PARTICULES

$$G(x) = 1 + x f(1) + x^2 f(1, 2) + \dots + x^p f(1, 2, \dots, p) + \dots$$

$$\ln G(x) = 1 + x f_c(1) + x^2 f_c(1, 2) + \dots + x^p f_c(1, 2, \dots, p) + \dots$$

- **Corrélations** à courte portée (quantiques, interaction forte...)

Le système total (N particules) est la somme de sous-systèmes indépendants :

$$G(x) = \prod_A g\left(\frac{N_A}{N} x\right), \quad \ln G(x) = \frac{N}{N_A} \sum_A \ln g\left(\frac{N_A}{N} x\right)$$

Tandis que les $f(\dots)$ sont $\mathcal{O}(1)$, les $f_c(1, \dots, p)$ sont $\mathcal{O}(1/N^{p-1})$.

- **Corrélations** dues à la conservation de l'impulsion

Il reste vrai que les **cumulants** sont $\mathcal{O}(1/N^{p-1})$!

N.B., hep-ph/03020139, à paraître dans Eur. Phys. J. C

“METHODE DES CUMULANTS” (suite)

Problème: la méthode est gourmande, elle requiert beaucoup de **multiplets** :



$$\frac{\delta v_n\{4\}}{v_n} \simeq \frac{1}{2\sqrt{N_{\text{evts}}}} \frac{1}{(v_n\sqrt{N})^4}$$

l'erreur statistique dépend de v_n $(v_n\sqrt{N})^2$ avec 2 particules

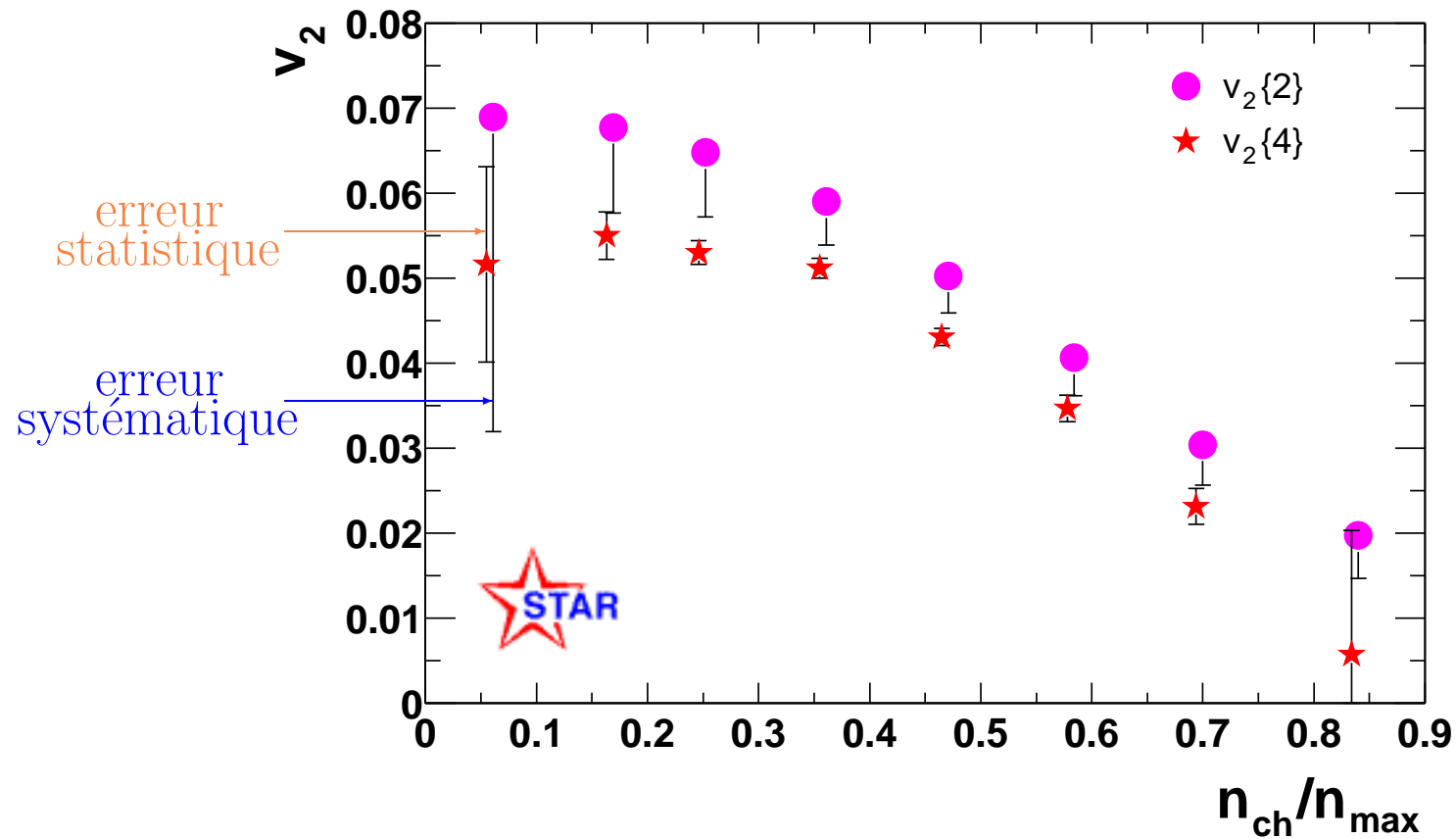
⇒ un v_n plus petit requiert plus de multiplets !

Les **cumulants** d'ordre plus élevé (6, 8 particules) nécessitent encore plus de **statistique**

Problème (aux énergies ultrarelativistes) pour v_1 , pas pour v_2

RESULTATS OBTENUS AVEC LES CUMULANTS

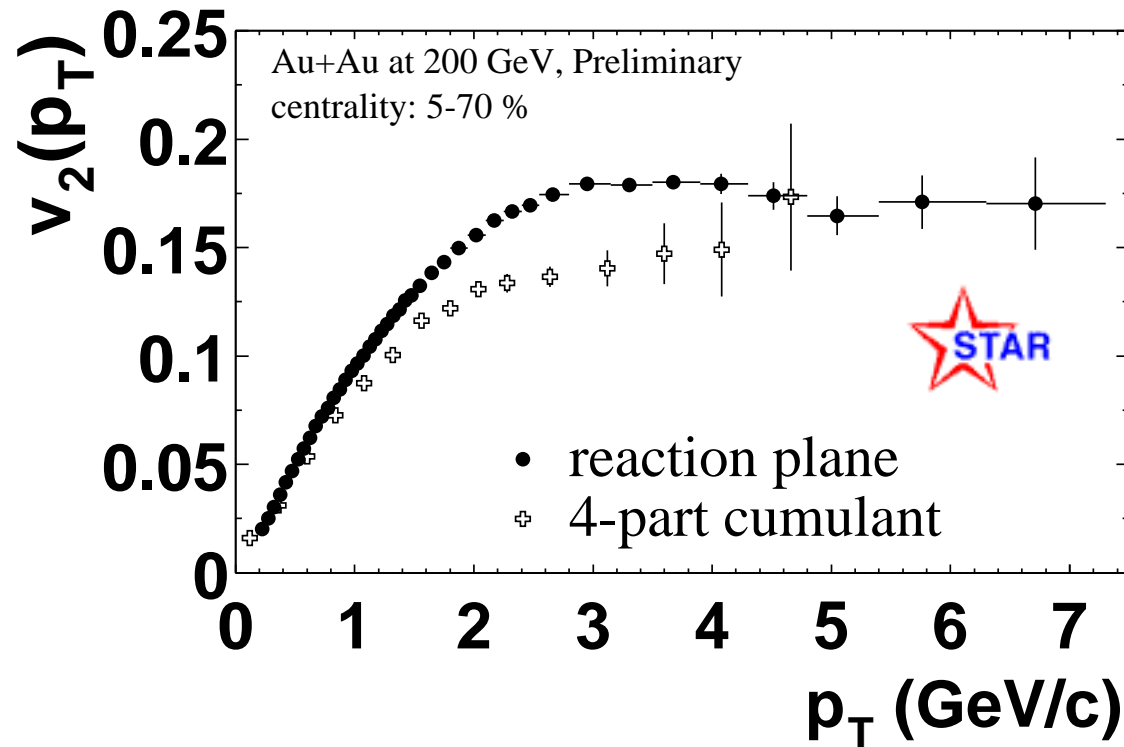
Collisions Au-Au, $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV, v_2 vs. centralité :



STAR Collaboration, Phys. Rev. **C66** (2002) 034904

RESULTATS OBTENUS AVEC LES CUMULANTS

Collisions Au-Au, $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, hadrons chargés, v_2 vs. p_T :



STAR Collaboration, nucl-ex/0210027

METHODES D'ANALYSE DU **FLOT**, partie 2 bis: v_1 à l'aide de **CORRELATIONS A 3 PARTICULES**

Idée: considérons la **corrélation** à trois particules mixte :

$$\left\langle e^{i(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi_3)} \right\rangle = (v_1\{3\})^2 v_2 + \underbrace{\mathcal{O}\left(\frac{1}{N^2}\right)}$$

corrélation non-flot à **3** particules

v_2 mesuré dans une analyse séparée \Rightarrow valeur de v_1

♥ Erreur statistique modérée :
$$\frac{\delta v_1\{3\}}{v_1} \simeq \frac{1}{2\sqrt{N_{\text{evts}}}} \frac{1}{(v_1\sqrt{N})^2 (v_2\sqrt{N})}$$

surtout si v_2 est “grand” (SPS, RHIC)

♥ Erreur due aux **corrélations non-flot** négligeable

N.B., P.M. Dinh, J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. **C66** (2001) 014905

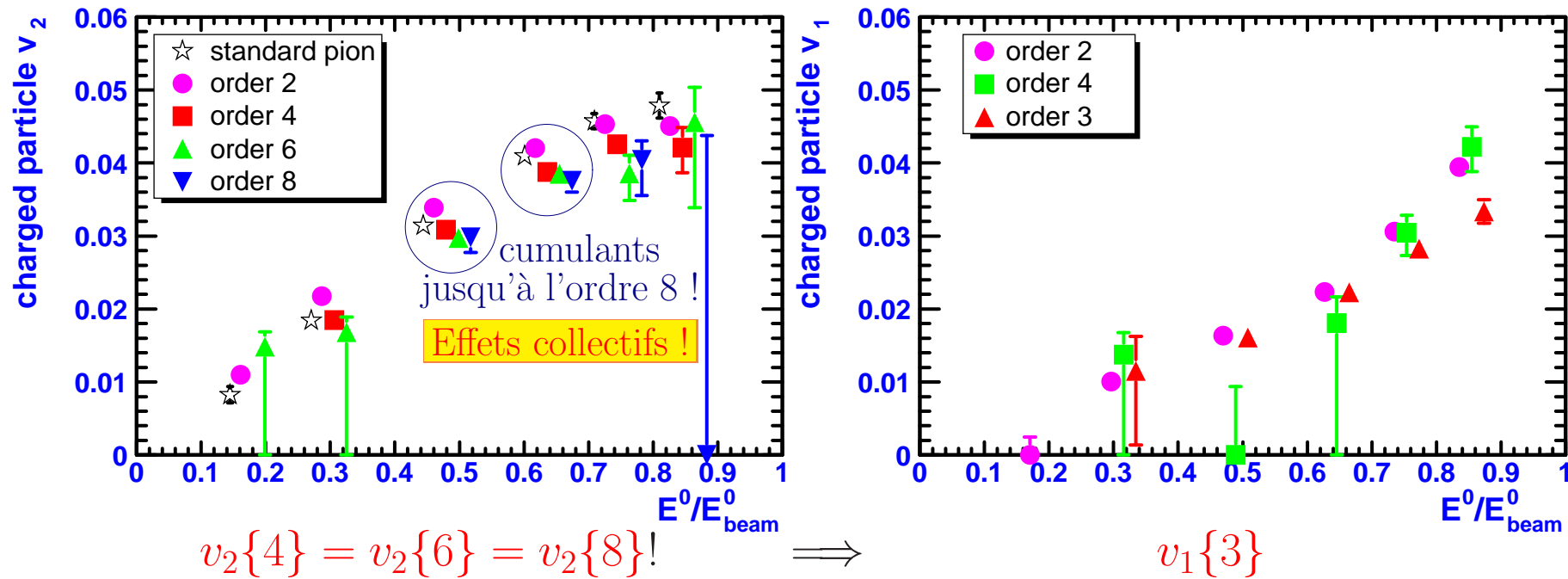
RESULTATS OBTENUS AVEC LES CUMULANTS



v_2 et v_1 intégrés vs. centralité, collisions Pb-Pb à 158A GeV

①. On prend un v_2 intégré de référence :

②. et on déduit le v_1 intégré :

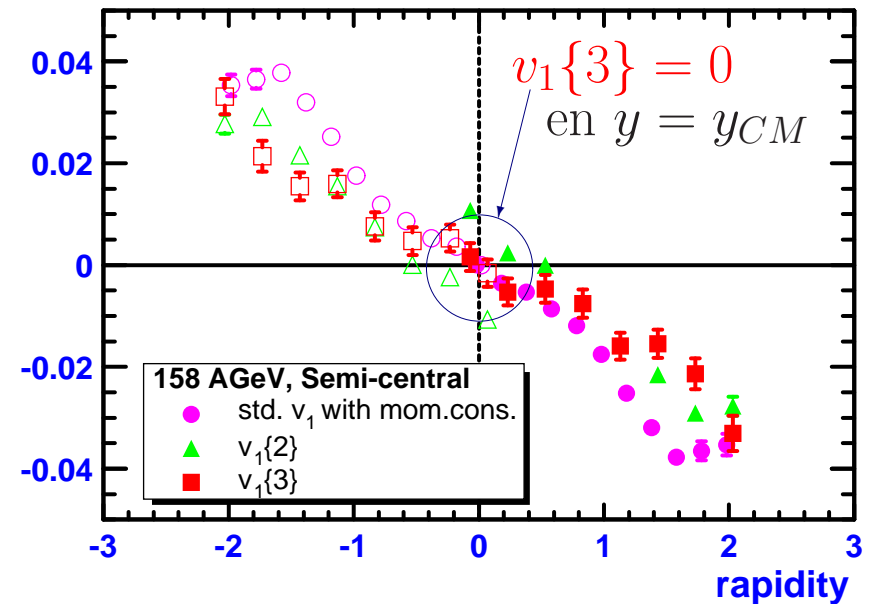
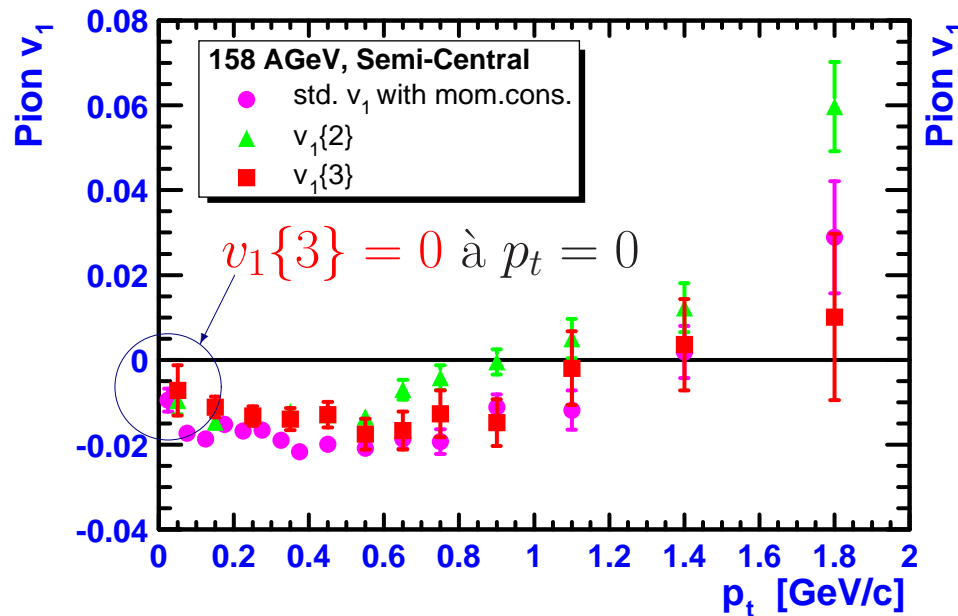


N.B. ∈ NA49 Collaboration, nucl-ex/0303001

RESULTATS OBTENUS AVEC LES CUMULANTS



③ v_2 de référence + $v_1\{3\}$ intégré donnent $v_1\{3\}$ différentiel :
 $v_1(p_t)$ et $v_1(y)$ des pions chargés, Pb-Pb semi-central, 158A GeV

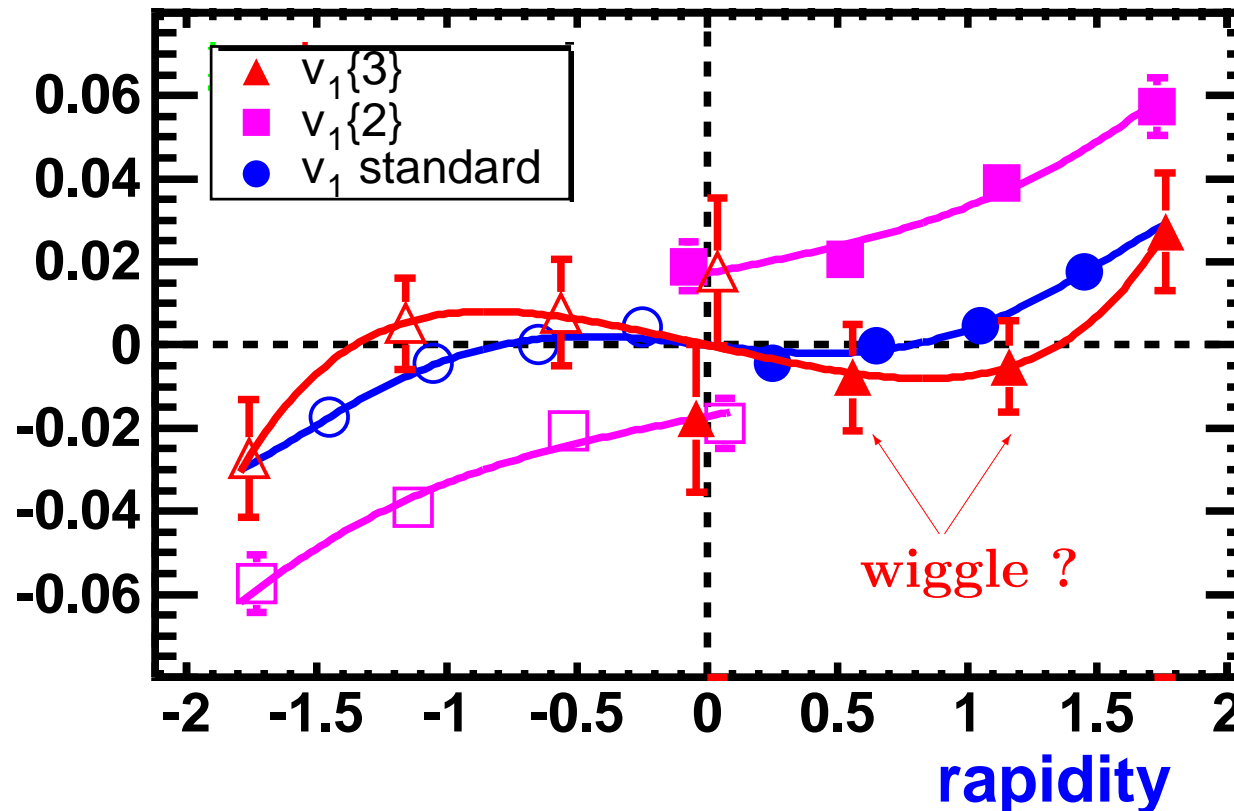


N.B. ∈ NA49 Collaboration, nucl-ex/0303001

RESULTATS OBTENUS AVEC LES CUMULANTS



$v_1(y)$ des protons, collisions Pb-Pb semi-centrales, 158A GeV



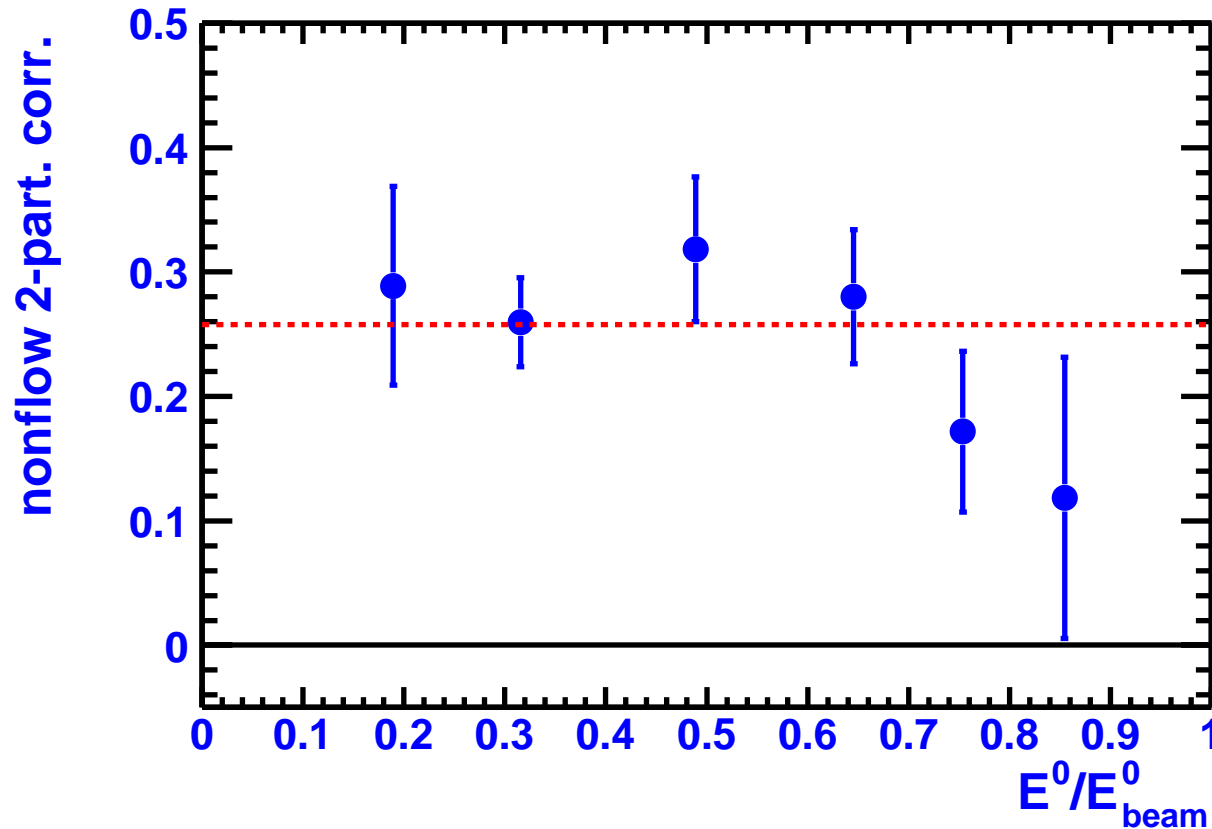
N.B. \in NA49 Collaboration, nucl-ex/0303001

EFFETS NON-FLOT A DEUX PARTICULES



$$\left. \begin{aligned} (v_2\{2\})^2 - v_2^2 &= \mathcal{O}(1/N) \\ v_2^2 &\simeq (v_2\{k > 2\})^2 \end{aligned} \right\} N [(v_2\{2\})^2 - (v_2\{4\})^2] = \mathcal{O}(1),$$

indépendant de la centralité



METHODES D'ANALYSE DU FLOT, 3^{ème} partie

Objection [Kovchegov & Tuchin, Nucl. Phys. **A717** (2003) 249] :

la contribution des **corrélations non-flot** (minijets) aux **cumulants** d'ordre 4, 6, ... n'est pas négligeable.

$$\implies v_n\{4\}, v_n\{6\}, \text{ etc. } \neq v_n \img alt="tongue sticking out smiley" data-bbox="875 331 911 386"/>$$

Idée  : on regarde les **cumulants** d'ordre ∞ !

Rappel : **cumulants** = coefficients dans le développement en série de $\ln \langle G_n(z) \rangle$

$$\begin{aligned} \implies \text{cumulants d'ordre } \infty &\Leftrightarrow \text{comportement asymptotique de } \ln \langle G_n(z) \rangle \\ &\Leftrightarrow \text{zéros de } \langle G_n(z) \rangle \end{aligned}$$

On peut relier v_n (**flot collectif**) à la position du premier zéro de $\langle G_n(z) \rangle$ 

R.S. Bhalerao, N.B., J.-Y. Ollitrault, en préparation

METHODES D'ANALYSE DU **FLOT**, 3^{ème} partie **NEW**

$$G_n(z) = \prod_{k=1}^N (1 + z^* e^{in\phi_k} + z e^{-in\phi_k})$$

En présence de **flot**, $\langle G_n(z) \rangle = I_0(2 N v_n |z|)$. 1^{er} zéro de J_0 : $j_{01} \simeq 2.40483\dots$
 1^{er} zéro de $\langle G_n(z) \rangle \rightarrow r_0 = \frac{j_{01}}{2 N v_n} i$

Quand la taille du système augmente, r_0 se rapproche de l'axe réel.

En l'absence de **phénomène collectif**, $\langle G_n(z) \rangle \simeq \langle g_n(z) \rangle^N$:

\implies la position des zéros ne varie pas quand la taille du système augmente.

cf. Lee & Yang (1952 !):

il y a **transition de phase** \rightarrow apparition d'**effets collectifs** (longueur de corrélation diverge) quand les zéros de $Z(\mu)$ se rapprochent de l'axe réel.

R.S. Bhalerao, N.B., J.-Y. Ollitrault, en préparation

FLOT COLLECTIF

DANS LES COLLISIONS D'IONS LOURDS

♡ L'étude du flot collectif est intéressante !

└─ thermalisation, équation d'état...

♡ L'analyse du flot est (encore plus) intéressante !

- permet de mesurer v_n ...

└─ résultats expérimentaux : STAR, NA49, (E895)

- développement d'outils (beaucoup plus) généraux 😊

{ extraction corrélations non-flot ⚠
étude fluctuations événement par événement ...