# MATH. METHODEN DER PHYSIK I

## WS 2015/2016: Übungsblatt 5

17. Die Funktion $f(z)$ sei für alle $z$ analytisch und beschränkt, $|f(z)| \leq M$, mit $M =$ constant. Zeigen Sie, dass dann $f(z)$ überall konstant ist.

18. Bestimmen Sie für $a > 0$ reell und $n$ ganz und positiv die Singularitäten und Residuen von

$$\frac{1}{z^2 + a^2} \qquad \frac{z^2}{(z^2 + a^2)^2} \qquad \frac{ze^{iz}}{z^2 + a^2}$$

$$\frac{z^{-n}}{e^z - 1} \qquad \frac{z^2 e^z}{1 + e^{2z}} \qquad \frac{\sin(1/z)}{z^2 - a^2}$$

Hinweis: Die Bernoulli-Zahlen $B_n = B_n(s = 0)$ (siehe Aufg.a, Blatt 0) sind durch die Taylorentwicklung $z/(e^z - 1) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n z^n/n!$ gegeben - diese brauchen Sie nicht zu berechnen.

19. Bestimmen Sie für $a > 0$ reell

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{a^4 + x^4}\, dx \quad .$$

20. Berechnen Sie für $a > 0$ reell

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{a^2 + x^2} dx \quad .$$