

MATH. METHODEN DER PHYSIK I

WS 2015/2016: Übungsblatt 4

13. Bestimmen Sie die Laurent-Reihe von

$$f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$$

- a) um $z_0 = 0$ durch Berechnung der Laurent-Koeffizienten durch Wegintegrale und durch "scharfes Hinsehen",
- b) um $z_0 = 1$ für kleine $|z - 1|$,
- c) für $1/|z - 1| \ll 1$.

14. Berechnen Sie

a)

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 - 1}$$

b)

$$\oint_{|z|=R} \frac{dz}{z^2 + z}$$

15. Sei $f(z)$ analytisch auf und innerhalb einer geschlossenen Kurve γ , die den Punkt z_0 umfährt. Zeigen Sie

$$\oint_{\gamma} \frac{f'(z)}{z - z_0} dz = \oint_{\gamma} \frac{f(z)}{(z - z_0)^2} dz$$

16. Zeigen Sie, dass

$$|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{Mn!}{R^n}$$

wobei R der Radius eines Kreises mit Zentrum z_0 sein soll und M der maximale Werte von $|f(z)|$ auf diesem Kreis. $f(z)$ sei analytisch auf und innerhalb des Kreises.