

# MATH. METHODEN DER PHYSIK I

## WS 2015/2016: Übungsblatt 3

9. Auf welchen Gebieten lassen sich durch die Hauptzweige von  
a)  $w(z) = \sqrt{z^2 - 1}$  und b)  $w(z) = \sqrt{z^2 + 1}$  analytische Funktionen definieren? Diskutieren Sie für  $w =: \rho e^{i\theta}$  die Werte von  $\theta$  in der Nähe der Schnitte. (Hinweis: bei a) mag es helfen,  $z - 1$  und  $z + 1$  polar darzustellen, bei b) entsprechend.)
10. Die Funktion  $f(z)$  sei durch  $f(z) = R(r, \varphi) \exp(i\Phi(r, \varphi))$  mit  $z = r e^{i\varphi}$  gegeben. Dabei seien  $R(r, \varphi)$  und  $\Phi(r, \varphi)$  differenzierbare reelle Funktionen von  $r$  und  $\varphi$ . Zeigen Sie, dass die Cauchy-Riemann Bedingungen in Polarkoordinaten dann

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{R}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \quad \frac{\partial R}{r \partial \varphi} = -R \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

lauten. (Hinweis: Betrachten Sie den Differenzialquotienten  $df/dz$  erst für  $dz$  radial ( $\sim dr$ ), dann für  $dz$  tangential ( $\sim d\varphi$ ).

11. Berechnen Sie explizit das Integral

$$\oint z dz$$

auf den beiden Kurven

- a) Kreis mit Radius  $\rho$  und Mittelpunkt 0  
b) Quadrat mit Kantenlänge  $\rho$  und Zentrum 0.

12. Berechnen Sie das Integral

$$\oint_{|z-1|=R} \sqrt{z-1} dz$$