MATH. METHODEN DER PHYSIK I

WS 2015/2016: Übungsblatt 2

5. Suchen Sie die analytische Funktion $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ zu
   a) $u(x, y) = -3xy$
   b) $u(x, y) = x^3 - 3xy$
   c) $v(x, y) = e^{-y} \sin x$.

6. Die reellwertigen Funktionen $u(x, y)$ und $v(x, y)$ seien Real- und Imaginärteil einer analytischen Funktion $f(z)$ mit $z = x + iy$, x, y reell. Zeigen Sie, dass dann, mit dem 2-dimensionalen ∇ Operator, gilt

$$\nabla^2 u = \nabla^2 v = 0$$

7. Unter bestimmten Voraussetzungen kann eine 2-dimensionale Strömung mittels eines komplexen Potentials $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ beschrieben werden, wobei der Realteil Geschwindigkeitspotential und der Imaginärteil Stromfunktion genannt wird. Das Geschwindigkeitsfeld $\vec{w}(x, y)$ ist dann gegeben als $\vec{w} = \nabla u$. Zeigen Sie unter der Annahme, dass $f(z)$ analytisch ist
   a) $df/dz = w_x - iw_y$ mit $w_{x,y}$ als Komponenten von $\vec{w}$ in der x und ider y Richtung,
   b) $\nabla \cdot \vec{w} = 0$ (keine Quellen oder Senken).
   c) $\nabla \times \vec{w} = 0$ (keine Wirbel).

8. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{(0,0)}^{(1,1)} z^* dz$$

   auf den beiden in der Figur eingetragenen Kurven und vergleichen Sie die Ergebnisse.